Aporte Santiaguino 8, 2015: 433-452
ISSN 2070-836X

Hourly water demand forecasting using nonlinear auto-regressive with exogenous artificial neural networks - narx

BRUNO MELO BRENTAN[1], BERNARDO NOVARINI[1], EDEVAR LUVIZOTTO JÚNIOR[1], MANUEL HERRERA[2], JOAQUÍN IZQUIERDO[3] Y RAFAEL PÉREZ-GARCIA[3]

RESUMEN

Con el crecimiento frecuentemente desordenado de los núcleos urbanos, una gestión deficiente de los recursos hídricos, los sistemas de abastecimiento de agua pueden ser objeto de cierto nivel de estrés llegando a dificultar la operación de las empresas responsables del sector. Las compañías de abastecimiento de agua deben seguir siendo capaces de atender las demandas nuevas no solo con la calidad necesaria, sino también en condiciones operacionales de presión y velocidad adecuadas. Para gestionar mejor las ciudades y sus escasos recursos, el paradigma de Ciudad Inteligente intenta integrar tecnologías punta y sostenibilidad. Entre otros, los modelos de previsión de demanda a corto plazo son una herramienta clave en la operación y gestión de los sistemas ofreciendo agilidad y precisión adecuadas en sus operaciones. El desarrollo de las tecnologías de la información y la comunicación en las últimas décadas ha permitido la aplicación de herramientas de inteligencia artificial para proporcionar, entre otros, mecanismos importantes de regresión. Uno de los modelos más conocidos son las Redes Neuronales Artificiales que, por su capacidad de sintetizar funciones sin previo conocimiento de las relaciones entre datos de entrada y de salida, han logrado competir con los modelos clásicos de regresión estadística, como ARIMA. En ese sentido, la presente investigación realiza un análisis de los patrones de consumo de agua de una zona residencial de la ciudad de Franca, Brasil, teniendo en cuenta variables físicas y sociales como datos de entrada para una red neuronal artificial auto-regresiva no lineal, más conocida como NARX. El modelo predictor que presentamos ha obtenido resultados de calidad, con errores bastante bajos y con tiempos de procesamiento competitivos para su uso en tiempo real, lo que nos permite creer que puede ser un modelo de gran interés para los sistemas de abastecimiento de agua inteligentes tanto como predictor de la demanda a corto plazo, como mecanismo para la definición de operaciones óptimas para el sector.

Palabras clave: ciudades inteligentes; previsión de la demanda; redes neuronales artificiales; sistemas de abastecimiento de agua.

ABSTRACT

With the often chaotic urban growth, a deficient administration of water resources, water supply systems may suffer from stress, which encumbers system operations. However, water companies should be able not only to supply water demand with quality but also to meet operational conditions; such are adequate pressures and velocities. For better cities and the scarce resources management, the Smart City

1 Universidad de Campinas, Sao Paulo, Brasil.
2 University of Bath, United Kingdom.
3 FluIng – IMM, Universitat Politècnica de Valencia, España.

paradigm attempts to integrate high technology and sustainability. Among others, short-term demand forecasting models is a key tool for operation and management of systems which require fast and accurate predictions. The development of the so-called Information and Communication Technologies during the last decades has allowed the application of artificial intelligence to develop powerful regression models. Among the most widely used regression tools, Artificial Neural Networks (ANNs), which can synthesize the output of arbitrary functions without previous knowledge of the input-output correlation, have been able to closely compete with classical statistical models such as ARIMA. In this framework, the current research shows an analysis of water demand patterns of a residential zone at Franca, Brazil, considering physical and social variables as inputs for an auto-regressive nonlinear ANNs, also known as NARX. The forecasting model presented here obtains accurate results with low errors and competitive processing times, compatible with real-time applications. As a result, we claim that this approach may be very useful as an operational tool for smart water systems that can also help obtain optimal operation

Keywords: smart cities; demand forecasting; artificial neural network; water supply systems.

INTRODUCTION

Urban water systems request increases whereas the economy grows and consequently cities expand. If this growth is not controlled and planned, the stress at water supply systems can collapse it, affecting to all users. In this context, water demand forecasting is needed to planning operational rules in order to achieve an efficient use of private and public funding. [7] affirms that short term water demand forecasting is of main importance to address daily system operations, balancing water supply, economy and environmental challenges.

Given the importance of water demand prediction, several studies have been proposed to find accurate and efficient models to determine future demands. [23] develop a time series analysis using two weather variables, temperature and rain, and applied Box-Jerkins method. Despite ARIMA models only consider linear relation among variables, if it is taking into account large sample sizes, these models can provide good results as predictive methods; therefore still being widely applied [28, 15, 10]. However, the linear relationship for which ARIMA models are based not always corresponds with the observed relation among water demand and all other variables. This hypothesis can be easily broken if the correct number of variables is not correctly chosen.

A way to approach the above ARIMA models issues is by the use of the called hybrid models. Hybrid models link ARIMA with intelligent tools and are presented recently at literature. These models improve the accuracy, once the non-linearity of relation is considered through its modelling by intelligent tools such are Artificial Neural Networks and Support Vector machines [18], (Alada *et al.*, 2009).

Also non-linear regression is proposed at literature using normal log, polynomial functions and log transformation [6, 8 y 9]. When a not defined function is used to make non-linear regression, the difficult is not only to find the best coefficients at each term of the function, but also to find the most interesting approximation function. By leveraging both advances at computational resources and brain behaviour researches, Artificial Neural Network (ANN) has been applied for real time forecasting and time series regression at several fields.

[29] proposes an electricity price short-term forecasting model using ANN. The model uses a Multi-layer Perceptron (MLP) approach, incorporating new real data instantly. The authors point for variables involved at the process and noise characteristics of de model. [30] applies a Radial Base Function model and an adaptive neural fuzzy inference system to define future electricity prices, taking into account the influence of the end-customer usage. This integration improved results when were compared with a single RBF model.

Several ANN models are proposed for water demand forecasting [1, 11, 13, 20]. High accuracy and capacity to conform to several different conditions justify the success of this application.

[15] presents the development of a dynamic artificial neural network for urban water demand forecasting. At this study, the authors showed the ANN effectiveness and accuracy by using long, medium and short term demand forecasting.

Nevertheless, alternative models to ANN have been also applied in literature. [18] has performed a large comparison among most recent intelligent based models for hourly water demand predictions. Moreover, hybrid models have been used to achieve further improvements on the accuracy of the obtained predictors. The most common hybrid model links ARIMA and ANN models [31, 19].

MATERIALS AND METHODS

This work presents a nonlinear, autoregressive with exogenous input neural network to hourly water demand forecast. As much as any other works have been proposed with the ANN approach for water demand, NARX models are able to consider the time influence and how it influences on water demand, improving the results of using single ANN. The proposal is complemented by approaching a detailed parameter tuning as a support to finding out a more efficient. The main advantage of the proposed hybrid method is providing of robustness and accuracy to generalist models for hourly water demand forecasting.

RECURRENT ANN AND NARX MODEL

According [17], an artificial neural network is a highly parallel distributed processing unit compounded by simple units able to store experimental experiences and make them available.

Input data can stimulate this network and generate an activation of neurons. Those will reply with an output data marked out by weights.
A simple scheme of a neural network is presented at figure 1. Between the input layer and the output layer may have an indefinite number of layers forming its network architecture and influencing in the operations and relations between neurons.

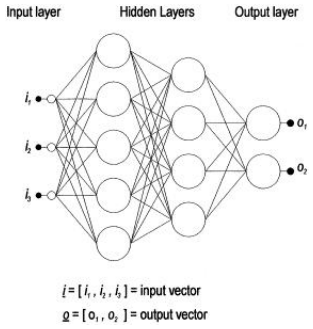


Figure 1. Multi layer perceptron scheme [Gardner and Dorling, 1998]

The ability to learn by past experiences is the most significant feature of an ANN. An internal update of the system, corresponding at each new external stimulation (new set of input/output data), is the way to incorporate new experiences. In general terms, the internal update can be done through architecture modifications by the generation or destruction of neurons. It is also possible to change its neuron activation rules or to change its weights (widely used option).
All open parameters of an ANN can be defined by an optimization process. However, as complex is the problem as large is the open parameters. According [22], at architecture viewpoint, the number of hidden layers and neurons at each layer are the most important things to define.
The most common ANN architecture applied at water resources is the MLP. This approach uses a static ANN, so it can not include temporal features and be fed by output data.
However, problems with time dependency as time series regression or adaptive filtering should be treated by an adequate approach; and once the time pattern is embedded, better results can be obtained. A way to treat this problem is gather a dynamic feature to ANN, in this case, Recurrent Neural Networks are a good option to work because this network is able to save some features about the signal processed and uses this information when it is needed.
Considering a network with actual input represented by u(n) and the output corresponding at this input is y(n+1), this means the input has a delay at one time step. Taking into account that the input layer is made up by exogenous data and past outputs, the final output can be described by:

$$y(n+1) = F[x(n), x(n-1), \ldots x(n-q+1),\ u(n),\ u(n-1)\ \ldots u(n-q+1)] \quad (1)$$

where F is a nonlinear function, and q is the delay.
In this case, more than a single architecture and weights should be defined, but also the delay that is responsible by coordinate the influence of an output at a different time in future. Figure 2 shows a simple scheme of NARX network.

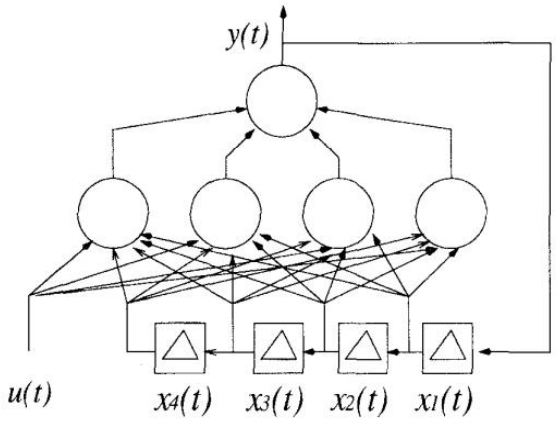


Figure 2. Nonlinear autoregressive with exogenous input neural network – NARX [Lin *et al*, 1996]

According Xie *et al*., (2009), NARX, has shown some advantages when compared with others recurrent networks, such as most effectiveness of training algorithms and, though limited architectures, these networks can be used without computational loss.

Learning process and training algorithms

Learning process can be understood as the way by which neural networks can incorporate new information and improve results. This incorporation is done by adapting open parameters, usually by the application of optimization algorithms [17]. Generally, this process has three main events: the ANN is stimulated, each parameter is adjustable as result of the stimulation, ANN responds with a new way at source of stimulus.
This sequence is very important to understand the training process, the way by which the parameters can be fitted and tuned in order to have optimal results. A defined set of rules to adjust open parameters and to improve the ANN fitness can be understood as a learning process.

Given that too many parameters should be determined by a learning process, the training algorithms are applied by adjusting only weight parameters since tuning all open parameters can be computationally hard and does not improve the results substantially.
At this case, learning methods based on error evaluation is widely used because the known of the surface mapping and input surface can generate a deviation vector that should be minimized. These methods use the weights as decision variables and try to find the best vector w that minimizes the error between observed value and output of ANN.
Treating the training process as an optimization problem, some algorithms can be used here to find decision variables. This paper presents the comparison among three different optimization algorithms to find the best weight vector. Scaled Conjugate Gradient (SCG) [24]. Resilient Backpropagation (RPROP), [26] and Levenberg-Marquardt (LM), (Levenberg 1944; Marquardt, 1963), those will be detailed at each session.

Scaled Conjugate Gradient (SCG)

Traditionally, SCG with backpropagation has been widely used as optimization algorithm for tuning parameters process. SCG does not need user-dependent parameters to find best points; the advantage about it is the applicability for many users without knowledge about the method.
This method is an alternative at second order methods in which the minimization direction is chosen such that the minimization steps in all previous direction are not spoiled [27].
Taking vectors $\boldsymbol{d}_i \in \mathbb{R}^p,\ (i = 0 \ldots P-1)$, it is possible to represent a vector $\boldsymbol{\theta}^*$ that is the best solution of minimization problem as:

$$\boldsymbol{\theta}^* = \sum_{i=0}^{P-1} \alpha_i . \boldsymbol{d}_i \quad (2)$$

where α_i is the calculable coefficients.
Taking correctly directions $\boldsymbol{d}_i$ as conjugate with a matrix A and taking a square problem expressed by the functional $J(\boldsymbol{\theta})$ solved by $\boldsymbol{\theta}^*$, the recurrent equation to find $\boldsymbol{\theta}^*$is shown above:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \frac{\boldsymbol{d}_i^T \nabla J(\theta_i)}{\boldsymbol{d}_i^T \boldsymbol{A} \boldsymbol{d}_i} \boldsymbol{d}_i \quad (3)$$

Using $\boldsymbol{\theta}$ as the weights vector, SCG can be applied to find the weights set that minimize the error of mapping from an ANN, taking account backpropagation approach of error.

Resilient Backpropagation (RPROP)

RPROP is a direct adaptation of weight step based on local gradient information [26]. According [26], RPROP is a local adaptive learning scheme, for supervising rules and originally applied at MLP´s. The main principle of RPROP is eliminate the weight's partial derivative size, as a consequence, only the sing of derivative is considered to define de direction of weigh update, resulting at direct update of them. Some advantages are presented by the author, the fast convergence and no choice of parameters to reach good results. The step of weights can be written as:

$$\Delta w_{ij} = \begin{cases} -\Delta_{ij}^{t}, & if \ \frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}} > 0 \\ +\Delta_{ij}^{t}, & if \ \frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}} < 0 \\ 0, & if \ \frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}} = 0 \end{cases} \quad (4)$$

where $\frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}}$ is the summed gradient information over all patterns of pattern set ('batch learning') and Δ_{ij}^{t} is the update-value, the main change introduced at this method, and is determining as:

$$\Delta_{ij}^{t} = \begin{cases} \eta^{+}.\Delta_{ij}^{t-1}, if \ \frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}}.\frac{\partial E^{t-1}}{\partial w_{ij}} > 0 \\ \eta^{-}.\Delta_{ij}^{t-1}, if \ \frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}}.\frac{\partial E^{t-1}}{\partial w_{ij}} < 0 \\ \Delta_{ij}^{t-1}, f \ \frac{\partial E^{t}}{\partial w_{ij}}.\frac{\partial E^{t-1}}{\partial w_{ij}} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

where $0 < \eta^{-} < 1 < \eta^{+}$.
The method equations evidence its principle: the change of sign indicate that last update was too big and this action controls the future step by the factor η^{-}. On the other hand, if the method did not a large step, the future value is accelerated by η^{+}.
[26] indicates ideal values for η^{-} and η^{+}, based on gradient information, to know: 0.5 and 1.2 respectively. To avoid convergence troubles, the author indicates minimal and maximal Δ values, corresponding at 1.10^{-6} for the minimum and 50 for de maximum.

Levenberg-Marquardt (LM)

Finally, LM algorithm is presented as a good exchange between the speed of Newton based methods and the stability of the steepest descendent methods [28]. According [16] quasi Newton methods are more efficient but require more computational resources when compared with other methods.
Taking the error as a weight function, as shown:

$$F(\boldsymbol{w}) = \boldsymbol{e}^{T}\boldsymbol{e} \quad (6)$$

where, $w = [w_0, w_1, \ldots w_n]$ and the error vector, comprising the error at all training points.
By LM method, the increase at $\boldsymbol{w}$ is written as:

$$\Delta \boldsymbol{w}_m = [J^T J + \mu I]^{-1} J^T \boldsymbol{e}_{m-1} \quad (7)$$
$$\boldsymbol{w}_m = \boldsymbol{w}_{m-1} + \Delta \boldsymbol{w}_m \quad (8)$$

where J is the Jacobian matrix, μ is the learning rate updated according error behavior.
The LM search process is shown as follow in the steps:
1. Initialize weights vector and learning rate;
2. Evaluate objective function (X);
3. Calculate $\Delta \boldsymbol{w}$ and update $\boldsymbol{w}$;
4. Recalculate objective function;
5. If OF value decrease, recalculate the new weight step; if OF increase, update μ and calculate new weight step.

CASE STUDY

The water demand forecasting approach presented at this paper is applied to a real measurement district at Franca, São Paulo, Brazil. This city has near 31300 inhabitants and near 6000 water connections, predominantly compound by residential customers. The studied uses a time series collected between May. 2012 and Dec. 2013, every 20 minutes. Figure 3 presents the location of this city.

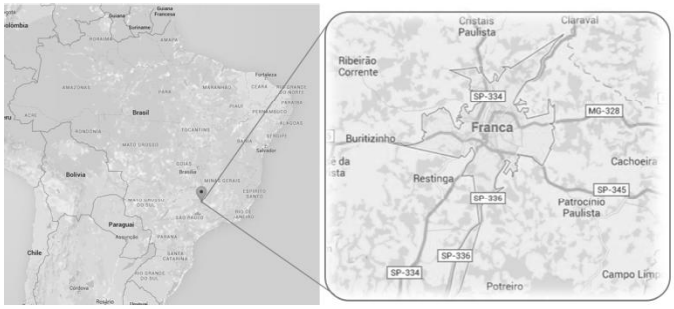


Figure 3. Case study location: Franca, Brazil

The hourly and daily water consumption patterns are important indicators of variables to take into account, once the inertial change of water consumption and the social behaviour of a region can be incorporated to these patterns. Figure 4 shows the typical week consumption behaviour.
Following recent works, the physical variables used at this paper are the mean temperature, air humidity and wind velocity [5, 3, 7]. These variables were measured

by Brazilian Meteorological Centre three times a day. All the gaps were filled by last value, generating an hourly time series for each variable.

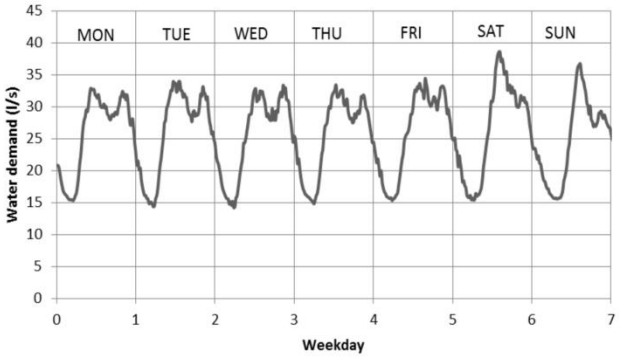


Figure 4. Water demand consumption at a typical week

While physical variables are important to feed the model with weather conditions, calendar variables can help to reproduce social consumer behaviour. At hourly water demand, the weekday, hour of day, month of year and holyday occurrence can describe it. Hour, weekday and month were presented here as discrete variables, while the occurrence of holyday was presented as binary variable. As shown in figure 4, the water demand suffers strongly influence at hour of the day. Comparing the same weekday without occurrence of holyday and with holyday it is possible to observe a reduction of peak demand and a flatly variation of consumption during the days, as shown in the figure.

An important point to validate a model is to obtain consistent evaluation parameters. Thus, several works have proposed the correlation coefficient (r^2) and mean square error (MSE) as statistical tools to it [3, 4]. The MSE makes direct deviation between measured and forecasted demand and correlation coefficient is obtained by linear regression as expressed by equation 9.

$$\mathrm{MSE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(d_i - d_i^*)^2 \quad (9)$$

where d_i is the real water demand and d_i^* is the forecasted water demand in a series with n values.

The correlation coefficient is obtained by linear regression between real and modelled demand. According [12], values nearby 0.98 for correlation coefficient indicates a good fitness of NARX and can be an interesting parameter to evaluate the results.

To test architecture parameters are defined a default ANN architecture with 10 hidden nodes and delay pattern equal 2. The data base is divided at 3 groups randomly, follow the proportion 70% for training group, 15% for the validate group and 15% for the test group.

The first definition is done about optimization method, given its importance to quickness of training phase. Once defined the training optimization method, this work tried to find the most efficient NARX architecture, taking into account the accuracy results. Thus, the input data, the number of hidden nodes, proportionality of data group division, data division mode and delay were changed singly with respect the default settings describing NARX.

RESULTS

The first definition test is done about training optimization algorithm. The assurance of accuracy and quickness at training process become priority the choice of training algorithm. Table 1 shows the results of training process using the three algorithms presented.
Levenberg-Marquardt obtained not only the best accuracy compared with other methods, but also the best time results, showing it powerful. On this way, LM is chosen as optimization algorithm used at other steps.

Table 1. Statistical parameters for optimization method choice

	r^2				
Training algorithm	**Train.**	**Val.**	**Test**	**Time (s)**	**Iterations**
LM	0,9841	0,9850	0,9804	20	78
SCG	0,9687	0,9726	0,9710	164	156
RPROP	0,9705	0,9725	0,9705	152	241

The second test is done about the influence of hidden nodes number. The hidden layer should transform inputs preprocessed by first layer input data and by linear combination to process the output data. The information is transformed by specifically activation functions and finding the ideal hidden nodes, the results can be highly improved. This test shows the ideal number is 15 hidden nodes for this case, as presented at table 2.

Table 2. Statistical parameters for hidden nodes definition

	R^2			
Hidden nodes	**Train.**	**Val.**	**Test**	**MSE**
10	0,98411	0,98505	0,98045	0,7496
15	0,98475	0,98543	0,98205	0,5183
20	0,98366	0,98199	0,98085	0,6563
25	0,98487	0,98219	0,97931	0,6027
30	0,98551	0,97905	0,98222	0,7200

Not only the number of inputs, but the correlation among them should be considered for water demand forecasting. The test about the input data is done using collected data and combining some type of variables. Table 3 shows the result of this test.

The training correlation coefficient increase with more input variables, as observed in table 3. While the maximal value of test correlation coefficient occurs at second biggest input type set, the combination of correlation coefficient and MSE allows to choice the biggest input data set as the best option for this study.

As important note, the presence of hourly variable makes to decrease the MSE. Comparing tests using temperature and air humidity, the decreasing of MSE is sensitive to adding the hour of the day. This indicates the importance to consider this factor, strengthening the hypothesis pointed at table 3.

Table 3. Input data evaluated and corresponding statistical parameters

	R^2			
Inputs	**Train.**	**Validation**	**Test**	**MSE**
T	0,97181	0,97581	0,97550	17,4473
H	0,97108	0,97418	0,97203	17,5478
T H	0,97381	0,97474	0,97456	16,4509
T H W	0,97124	0,97581	0,97337	15,9733
T H Hol	0,97269	0,97578	0,97623	16,3043
T H M	0,97412	0,97510	0,97615	13,2115
T H D	0,97250	0,97513	0,97429	11,1145
T H Hou	0,98095	0,98205	0,98262	3,9429
T H M D Hou	0,98113	0,98204	0,98340	1,2552
T H M D Hou Hol	0,98146	0,98204	0,98285	1,1674
T H M D Hou W	0,98122	0,98213	0,98293	0,9791
T H W M D Hou Hol	0,98411	0,98505	0,98045	0,7496

Where T is the temperature at °C, H is the air humidity at percentage, W is the wind velocity at m/s, Hol is the holiday occurrence, M is the month of year, D is the weekday, Hou is the hour of the day.

The next test approached the distribution of the data within the groups. The first group tested used the default distribution: 70% to train, 15% to validate and 15% to test. Second distribution uses 65% to train, 25% to validate and 10% to test. Finally, the last distribution uses 60% to train, 25% to validate and 15% to test. Table 04 shows the results using the default NARX settings.

Table 4. Statistical parameters for division proportion of dataset choice

	R^2			
Distribution	**Train.**	**Valid.**	**Test.**	**MSE**
70:15:15	0,98411	0,98505	0,98045	0,7496
65:25:10	0,98357	0,98170	0,98236	0,6183
60:25:15	0,98364	0,98256	0,98227	0,8295

Observing the results, there is an increase at the percentage of correlation when the training data also increase. Obviously, this does not happen with test processes. Also the MSE does not follow the decrease tendency as observed at training process. Nevertheless, observing the validation correlation coefficient, the distribution 70:15:15 is the best distribution and can be chosen, once the train and test correlation coefficient can't point to best performance when the need arises to obtain the most generalist NARX.

Besides the grouping proportion, the method of data division is important to ensure the robustness regression, once the improper choice of division rule can further a biased model.

Three division ways are tested at this paper. Random mode divides the time series following predefined proportion without clear rules, distributing the time series randomly at three groups. Block mode divides the time series at three groups follow predefined proportion but respect the order presented at input data file. The last division mode, ID mode also divides the three groups following the predefined proportion but with possibility the indication of initial and final range of data set. Table 5 shows the evaluation at each mode applied at default NARX.

Block mode presents the lowest validation r^2, the high value for MSE precludes the choice of this mode. In this case, the random mode ensures more effective model, not based on rules to divide the data set. The most interesting point of random mode division is to allow independent learning of NARX and with it the pattern of output surface can be mapped without full replication of data and consequently most generalist network.

Table 5. Division mode choice

	R^2			
Division Mode	**Train**	**Valid**	**Test**	**MSE**
Random Mode	0,98411	0,98505	0,98045	0,7496
Block Mode	0,98059	0,98601	0,98325	8,3636
Id Mode	0,98127	0,98101	0,98318	1,2148

The last parameter tested is done about the delay that can embed temporal features at model. The test is done ranging delay value at default network between 2 and 5. Table 6 shows the evaluation of each delay value.

The best validation r^2 is found with 2 and 3 delays. Considering the observation about the validation r^2 and the needed of generalist NARX, the value of 2 delays was assumed at this work.

Summarizing all tests, the NARX used to development of hourly water demand forecasting used 15 hidden nodes, all considered variables, (temperature, wind velocity, air humidity, hour of day, weekday, month of year, holyday occurrence), the division proportion was defined as 70:15:15 and division mode was done using the random mode for a NARX with 2 delays and using Levenberg-Marquardt as optimization algorithm.

Table 6. Time delay test and statistical evaluation

	R^2			
Delays	**Train**	**Valid**	**Test**	**MSE**
2	0,98411	0,98505	0,98045	0,7496
3	0,98414	0,98389	0,98007	0,4291
4	0,98123	0,98207	0,97948	4,4630
5	0,98444	0,98326	0,97929	2,0363

Figure 5 presents the gradient and μ parameter from LM method evolution. The value of gradient finalizes the training process corresponding at 0,32 and the convergence can be observed at constant value of μ. Statistical evaluation parameters for this NARX applied at hourly water demand forecasting is presented at table 7 and figure 6 shows the evolution of MSE for training, validate and test data, confirming the number of epochs to train the NARX.

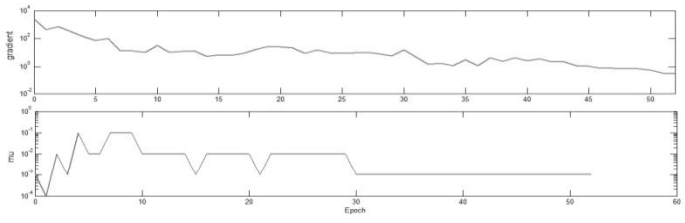


Figure 5. Levenberg-Marquardt parameters behaviour during the training

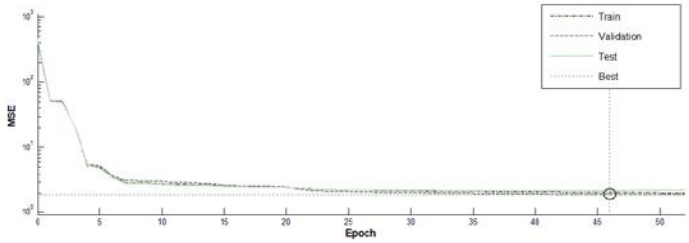


Figure 6. MSE evolution epochs along and stop criteria

Figure 7 presents the linear regression to obtain correlation coefficient at each data groups for the architecture used at this paper and figure 7 shows the real water demand (target) behaviour compared with forecasted water demand (output).
The capacity to define the consumption shape and main values during the presented week confirms the important use of the model. Maximal and minimal peak demand are harder to define, once these values can be affected by several uncontrolled factors, such as unexpected discharges, pressure operation reduce that can influence at total consumption.
Finally, linear regression used to find correlation coefficient at each process is presented at figure 8.

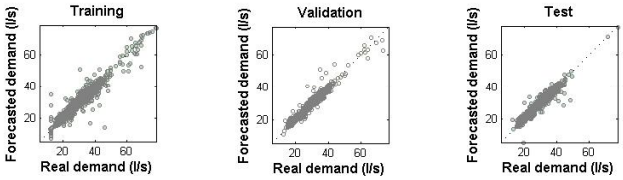


Figure 7. Linear regression at training, validation and test data

Table 7. Statistical evaluation for best architecture developed by tests

	R^2			
Hidden nodes	**Train**	**Valid**	**Test**	**MSE**
15	0,9829	0,9845	0,9819	2,18

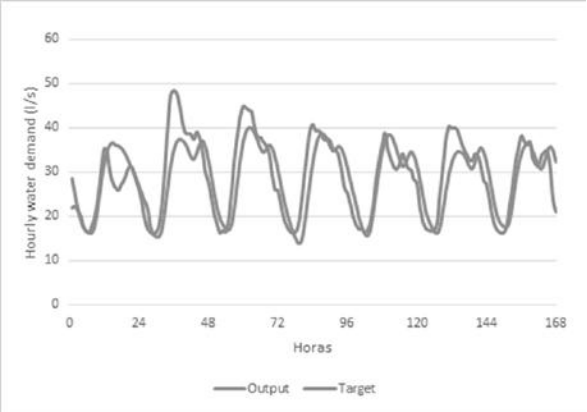


Figure 8. Comparison between real and forecasted demand at a week

DISCUSSION

The tests did with NARX evidenced the forecasting power of this model and allow to carry out a parameter analysis about the influence of a set of exogenous variables.
This study also shows that increasing the number of hidden nodes does not obligatory improve the ANN fitness. The highest number of hidden nodes presented the lowest validation r^2, while the half of this number, 15 hidden nodes, presented the best result.
Following recent works, the test with variables showed the consideration about hour and weekday strongly important to refine the method precision. Wind velocity presence and holyday occurrence increase validation r^2 and decreases the MSE test. The consideration of weather and calendar variables helps the model to regenerate the environment where the hourly demand which we want to map was created. As nearer than this environment more accurate will be the model.
Division proportion and mode are important for developing a robust model able to generalize the learning data and approach more accurate predictions. If these two features are not well chosen, the model is under risk of reply exactly the data set used at learning process (overtraining); not being able to reach and adequate respond to new input data.
Finally, the optimization algorithm method is an important choice about the NARX model, once the training speed depends directly of it. Levenberg-Marquardt method presented the best results when applied at default network. The quickness to define weights and high accuracy are essential features which can guide the choice.

CONCLUSIONS

The interest on hourly water demand forecasting has been increased at last decades especially. The use of neural networks has been one of the main methods to obtain accurate models of short term forecasting and applying the dynamic approach; temporal features can be taken into account and improve the results.

In order to have better results, the choice of architectural and learning parameters should be done carefully, once the large number of possibilities becomes the choice as a complex problem.

This paper presented a large test about each open parameter of a NARX, defining not only nodal weight but also architectural and leaning parameters as time delay, hidden node number or data division mode. A real measurement district was used to validate the model.

Important to ensure the quickness of model and more generalist forecasting, Levenberg-Marquardt optimization method was chosen, showing very fast convergence with high accuracy.

The reproduction of weather and social environment can help to develop a good model. Therefore, physical and calendar variables was token account and presented an interesting approach to make the mapping of demand surface. Worth mentioning, the importance of hour and weekday for result improvement. Temperature also presented an important role by working as a fine tuning factor.

Division data mode and proportion are two very important definition, once troubles with them can generate a biased model, reproducing training data but not able to generalize for new situations.

Delay time also was defined by test. This value corresponds at the number of output information returns to input layer became the ANN a dynamical and recurrent network.

The precision of the model was verified by statistical parameters widely applied to ANN evaluation. A test data was presented, comparing real and modelled demand. The results reinforce the possibility to have an accurate model which is able to support to an operational decision maker to find better rules within a water demand scenario.

REFERENCES

[1] Adamowski, J., and C. Karapataki. 2008. *Comparison of multivariate regression and artificial neural networks for peak urban water-demand forecasting: Evaluation of different ANN learning algorithms.* J. Hydrol. Eng., 10.1061, 729–743.

[2] Alhumoud, J. 2008. *Freshwater consumption in Kuwait: Analysis and forecasting.* J. Water Supply: Res. Technol.—AQUA, 57(4), 279–288.

[3] Alvisi, S., Franchini, M. and A. Marinelli. 2007. *A short-term, pattern-based model for water-demand forecasting.* Journal of Hydroinformatics, 09.1, pp. 39-50.

[4] Altunkaynak, A., Özger, M., and M. Çakmakc. 2005. *Water consumption prediction of Istanbul city by using fuzzy logic approach.* Water Resour. Manage., 19(5), 641–654.

[5] Bennett, C. Stewart, R. A. and C. D. Beal. 2013. *Ann-based residential water end-use demand forecasting model.* Expert Systems with Applications 40 (4) 1014–1023.

[6] Billings, B., and C. Jones. 2008. *Forecasting urban water demand.* 2nd Ed., American Waterworks Association, Denver, CO.

[7] Bougadis, J., Adamowsky, K. and R. Diduch. 2005. *Short-term municipal water demand forecasting.* Hydrological Process, 19, pp. 137-148.

[8] Brekke, L., Larsen, M., Ausburn, M., and L. Takaichi. 2002. *Suburban water demand modeling using stepwise regression.* J. Am. Water Works Assoc., 94(10), 65–75.

[9] Burney, N., Mukhopadhyay, A., Al-Mussallam, N., Akber, A., and E. Al-Awadi. 2001. *Forecasting of freshwater demand in Kuwait. Arabian. J.* Sci. Eng., 26(2B), 99–113.

[10] Caiado, J. 2010. *Performance of combined double seasonal univariate time series models for forecasting water demand.* J. Hydrol. Eng., 10.1061.

[11] Cutore, P., et al. 2008. *Probabilistic prediction of urban water consumption using the SCEM-UA algorithm.* Urban Water Journal 5.2, 125-132.

[12] Diaconescu, E. 2008. *The use of NARX neural networks to predict chaotic time series.* WSEAS Transactions on Computer Research 3.3, 182-191.

[13] Firat, M., Yurdusev, M., and M. Turan. 2009. *Evaluation of artificial neural network techniques for municipal water consumption modeling.* Water Resour. Manage., 23(4), 617–632.

[14] Gardner, M. W., and S. R. Dorling. 1998. *Artificial neural networks (the multilayer perceptron)—a review of applications in the atmospheric sciences.* Atmospheric environment 32.14. 2627-2636.

[15] Ghiassi, M., Zimbra, D., and H. Saidane. 2008. *Urban water demand forecasting with a dynamic artificial neural network model.* J. Water Resour. Plann. Manage. (138), 138–146.

[16] Hagan, Martin T., and M. B. Menhaj. 1994. *Training feedforward networks with the Marquardt algorithm.* Neural Networks, IEEE Transactions on 5.6, 989-993.

[17] Haykin, S. 1999. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation.* 2nd Edition, Prentice-Hall.

[18] Herrera, M., Torgo, L., Izquierdo, J. and R. Perez-Garcia. 2010. *Predictive models for forecasting hourly urban water demand.* Journal of Hydrology, 387(1–2), pp. 141–150.

[19] Jain, Ashu, and A. M. Kumar. 2007. *Hybrid neural network models for hydrologic time series forecasting.* Applied Soft Computing 7.2, 585-592.

[20] Jentgen, L., Kidder, H., Hill, R., and S. Conrad. 2007. *Energy management strategies use short-term water consumption forecasting to minimize cost of pumping operations.* J. Am. Water Works Assoc., 99(6), 86–94.

[21] Lin, T, et al. 1996. *Learning long-term dependencies in NARX recurrent neural network*s. Neural Networks, IEEE Transactions on 7.6, 1329-1338.

[22] Liu, Y., Wang Z. and X. Liu. 2006. *Global exponential stability of generalized recurrent neural networks with discrete and distributed delays.* Neural Networks 19.5, 667-675.

[23] Maidment, David R., Miaou, S. P. and M. M. Crawford. 1985. *Transfer function models of daily urban water use.* Water Resources Research 21.4, 425-432.

[24] Moller, M. F. 1993. *A scaled conjugate gradient algorithm for fast supervised learning.* Neural networks 6.4, 525-533.

[25] Riedmiller, M. 1994. *Advanced supervised learning in multi-layer perceptrons—from backpropagation to adaptive learning algorithms.* Computer Standards & Interfaces 16.3, 265-278.

[26] Riedmiller, Martin, and H. Braun. 1993. *A direct adaptive method for faster backpropagation learning: The RPROP algorithm.* Neural Networks, IEEE International Conference on. IEEE.

[27] Smagt, P. P. 1994. Minimisation methods for training feedforward neural networks. Neural networks 7.1, 1-11.

[28] Suratgar, A. A. Tavakoli, M. B. and A. Hoseinabadi. 2007. *Modified Levenberg-Marquardt method for neural networks training.* World academy of science, engineering and technology. Int. J. Comput. Inform. Syst. Control Eng 1: 1719-1721.

[29] Szkuta, B. R., L. A. Sanabria, and T. S. Dillon. 1999. *Electricity price short-term forecasting using artificial neural networks.* Power Systems, IEEE Transactions on 14.3, 851-857.

[30] Yun, Z. , et al. 2008**.** *RBF neural network and ANFIS-based short-term load forecasting approach in real-time price environment.* Power Systems, IEEE Transactions on 23, 853-858.

[31] Zhang, G. P. 2003. *Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model*. Neurocomputing 50, 159-175.

Correspondencia

Bruno Melo Brentan
brunocivil08@gmail.com

Aporte Santiaguino 8, 2015: 453-470
ISSN 2070-836X

Calibración conjunta de presiones y fugas en redes de abastecimiento de agua potable

BRUNO BRENTAN[1], ENRIQUE CAMPBELL[2], JOAQUÍN IZQUIERDO[3] Y RAFAEL PÉREZ-GARCÍA[3]

RESUMEN

La apropiada calibración de los modelos hidráulicos de Redes de Abastecimiento de Agua Potable (RDAP) es un aspecto fundamental al que se debe prestar un alto grado de atención antes de utilizar los mismos en los procesos de toma de decisión de cualquier acueducto; más aún cuando tales decisiones están relacionadas con la utilización de recursos económicos. Es una práctica común reducir el problema de calibración al ajuste de los valores de rugosidad en las tuberías hasta lograr que un conjunto de mediciones de presión (en un número reducido de nodos) coincida con los valores de presión generados por el modelo en los mismos nodos. Las fugas, pese a su importancia y su alto grado de incertidumbre, no se suelen tomar en cuenta en este proceso de calibración, y por norma general, son adicionadas (como emisores) en un paso previo a la calibración. El problema de esta aproximación, es que las fugas son dependientes de la presión, con lo cual, el proceso de calibración, implica una alteración de los caudales de fugas asignados inicialmente. Se podría pensar que una solución sería asignar las fugas una vez que se calibren las presiones; no obstante, esto condicionaría la asignación de las primeras al resultado de ajustar las rugosidades. En este trabajo proponemos el abordaje conjunto de la calibración de las fugas y de las rugosidades, mediante algoritmos genéticos. El trabajo está orientado a redes de grandes extensiones, para lo cual también se aborda la subdivisión de las tuberías y nodos en clases, mediante clústering sobre Mapas Auto-Organizados (MAO). En la parte de implementación de algoritmos genéticos, se hace una comparación de siete funciones objetivos empleadas para conducir el proceso de calibración, este análisis se basa en tres distintos métodos: una prueba de hipótesis para comparación de media; visualización de la correlación entre los valores medidos y los valores simulados y un Índice de Calidad (IC) propuesto en este trabajo, el cual no sólo tiene en cuenta las diferencias entre los valores medidos y los valores simulados, sino que también toma en cuenta el número de iteraciones requeridas por el algoritmo genético para converger. A manera de ejemplo, el método es implementado sobre una sección de la RDAP de la ciudad de Managua, capital de Nicaragua. Esta red cuenta con 242 km de longitud de tuberías, tres bombeos, 44351 nudos, 4391 tuberías.

Palabras clave: calibración; redes de abastecimiento de agua potable; algoritmos genéticos; clústering.

1 Universidade Estadual de Campinas, Brasil.
2 Berliner Wasserbetriebe, Berlin, Alemania.
3 Universitat Politècnica de Valencia, España.

ABSTRACT

Proper calibration of Water Supply Network (WSN) hydraulic models is a key aspect to be addressed before using them to make any decision regarding the water systems, especially when such decision entails the use of economic resources. Typically, the problem of calibration is restricted to the adjust of roughness values in the pipes in order to make a series of pressure measurements (in a small number of nodes) match the pressure values generated by the model in the same nodes. Despite their level of importance, leakages, are not usually taken into account in this calibration process, and normally, are assigned to the nodes (through emitters) in a previous step. The problem of this approach is that leakages are driven by pressure, thus, the calibration process involves an alteration of the leak flow initially assigned. It would be correct to think that a solution to this would be to assign the leakages once the pressures are adjusted; however, this conditions the leakage assignation to the result of the roughness adjustment. We propose an approach to jointly calibrate leaks and roughness, using genetic algorithms. The proposed methodology is aimed at networks of large extention; therefore, the subdivision of pipes and nodes in classes is also addressed (by clustering with self-organizing maps (MAO)). In the implementation of the genetic algorithm, a comparison of seven objective functions, to conduct the calibration process, is carried out. This analysis is based on three different methods: a hypothesis test for mean comparison; visualization of the correlation between measured and simulated values, and a Quality Index (CI) proposed in this paper, which not only takes into account the differences between the measured values and simulated values but also takes into account the number of iterations required by the genetic algorithm to converge. As example of implementation, the method is used to calibrate a section of the WSN of Managua city, capital of Nicaragua. This network has 242 km of pipe length, three pumps, 4351 nodes and 4391 pipes.

Keywords: calibration; water supply networks; genetic algorithms; clustering.

INTRODUCCIÓN

Típicamente, la calibración de las redes de abastecimiento de agua potable (RDAP) se lleva a cabo mediante la modificación exclusiva de la rugosidad de las tuberías sin tener en cuenta ni los caudales de fugas, ni su distribución. Según Meier y Barckdoll (2000), el uso de modelos de calibración que toman en cuenta como variables de ajuste sólo la rugosidad puede tener graves problemas de convergencia si el caudal de las tuberías no es suficientemente grande a punto de que las pérdidas puedan ser significativas. Otro punto señalado por los mismos autores se refiere al tema de agrupación de tuberías. En concreto, se establece que el agrupamiento de tuberías puede dejar la calibración mal condicionada si alguno(s) de los grupos tiene baja

representatividad de caudal, afectando negativamente el resultado de asignación final de rugosidades.

Es una práctica común asignar los coeficientes de emisor en los nudos, a través de un balance de caudales, en el cual, primero se tiene que encontrar un coeficiente de emisor global, que permita hacer cumplir el balance de caudales diarios, el mismo que no se cumpla hora a hora. A continuación, se modifican, de manera iterativa, los factores horarios del patrón de demanda hasta lograr que los balances de caudales se cumplan hora a hora. El inconveniente de este abordaje, está relacionado con el hecho de que las fugas en una RDAP son dependientes de las presiones, con lo cual, si primero se asignan las fugas y luego se calibran las rugosidades, las variaciones en las rugosidades generarían variaciones en las presiones que luego alterarían el balance de caudales llevado a cabo inicialmente. Por el contrario, si primero se calibran las rugosidades, y luego se asignan las fugas, la distribución de coeficientes de emisores estaría completamente condicionada por la distribución de rugosidades obtenidas inicialmente. Con lo cual, salta a la vista que para abordar este problema apropiadamente, entran en juego dos aspectos fundamentales, a saber: la distribución tanto de los valores de rugosidad a través de la red, así como de los coeficientes de fugas, y el ajuste conjunto de ambos parámetros.

MATERIALES Y MÉTODOS

En el proceso de modelación de RDAP, la diferencia entre los valores obtenidos mediante un modelo hidráulico y los valores reales, se considera error. El objetivo de la calibración es ajustar ciertos parámetros para que la red modelada sea lo más próxima a la red real. En ese sentido, el problema de optimización se centra en la minimización de los errores mediante la modificación iterativa de un conjunto de variables de decisión.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tomando en cuenta las características de los procesos de optimización, la definición de la función objetivo es fundamental para que el resultado sea satisfactorio. Con base en ello, en este trabajo se propone la evaluación de siete funciones objetivo. Algunas de ellas se basan en trabajos previos y otras son completamente nuevas. También se hace un análisis de la influencia de cada función objetivo sobre el resultado final.

La calibración mediante técnicas de optimización ya ha sido previamente planteada de diversas maneras, incluyendo el uso de métodos lineales, non lineales y más recientemente, mediante algoritmos "bioinspirados". En la línea de los algoritmos

bioinspirados, los Algoritmos Genéticos (AG) han sido ampliamente aplicados en el tratamiento de problemas de optimización en RDAP. A manera de ejemplo, se puede hacer referencia a: Puust y Vassilvej (2014) quienes han propuesto un abordaje de la calibración de RDAP desde el punto de vista de la ingeniería. En concreto, los autores han comparado una solución de calibración en una red real, obtenida mediante AG con la solución obtenida mediante el algoritmo Levenberg-Marquartdt. Vale la pena destacar que en este trabajo también se plantea el ajuste de un parámetro en los nodos (demandas) en conjunto con el ajuste de la rugosidad de las tuberías.

En la segunda parte de este trabajo se describe el problema de optimización; en la tercera parte se hace una descripción de un método para subdividir las tuberías y los nodos en clústeres; en la cuarta parte se describe el planteamiento y solución del problema, en una hoja Excel, mediante la aplicación para AG Evolver (Palisade, 2010); esta parte viene acompañada de una discusión sobre una serie de funciones objetivos planteadas. Finalmente, en la quinta parte se establecen las conclusiones del trabajo.

Planteamiento del Problema de optimización

El problema que se plantea en este trabajo corresponde a la minimización de las diferencias entre un set de datos de caudal (medidos en las líneas de alimentación de la red) y presión (medidos en un número limitado de nodos), vs el mismo set, pero simulado por el modelo hidráulico. Las variables de decisión que se establecen son los factores horarios del patrón de demanda, las rugosidades en las tuberías y los coeficientes de emisor en los nudos.

$$Min\ f(x) = \sum_{i=1}^{T}[(\sum_{n=1}^{n}\left|\frac{Q^M - Q^S}{Q^*}\right|) + (\sum_{n=1}^{n}\left|\frac{P^M - P^S}{P^*}\right|)] \quad (1)$$

Variables de decisión

$n^{c.e}$: $CN_{i,\dots n}$; T^R: $CT_{i,\dots n}$; FH^V: $FH_{1,\dots,24}$
s.a:
$FH^V_{min} \leq FH^V \leq FH^V_{max}$; $\sum n^{c.e} = c.e_{glob}$

Donde Q^M corresponde a caudal medido, Q^S corresponde a caudal simulado, Q^* (estadístico de la serie de datos de caudal, para relativizar el error) P^M corresponde a presión medida y P^S corresponde a presión simulada, P^*(estadístico

de la serie de datos de presión, para relativizar el error); $n^{c.e}$ corresponde al coeficiente de emisor en los nodos, CN_i corresponde al clúster de nodos n, T^R corresponde a rugosidad en las tuberías, CT corresponde al clúster de tuberías, FH^V corresponde al valor del factor horario del patrón de demanda, $c.e_{glob}$ corresponde al coeficiente de emisor global que se obtiene de dividir el caudal de fugas entre la presión media de la red elevada a 0.5.

La formulación presentada en la ecuación (1) es una generalización que engloba las funciones objetivo más comúnmente encontradas en la bibliografía relativa al tema.

CLÚSTERING DE NODOS Y TUBERÍAS

Pese la importancia que tiene la correcta definición de la función objetivo, no se puede soslayar la importancia que tiene el correcto abordaje de la selección de las variables de decisión. Esto es especialmente importante en redes de gran extensión (con miles de tuberías). De ahí que sea importante plantear la subdivisión de los nodos y las tuberías en subgrupos a los cuales se les asigna el mismo valor de rugosidad/coeficiente de emisor. Esto implica un ahorro importante en términos de coste computacional. Vale la pena destacar el hecho de que la distribución de los coeficientes de emisor y de los valores de rugosidad en las RDAPs, ha sido uno de los aspectos menos estudiados dentro del campo de estudio de los modelos hidráulicos de RDAPs.

La subdivisión de nodos y tuberías en subgrupos en las RDAPs se podría realizar únicamente en función de un único criterio, a cómo podría ser, la edad o los diámetros, para el caso de las tuberías, o las elevaciones o las demandas, para el caso de los nudos. Sin embargo, tal y como es de esperarse, no es viable el pensar que las variaciones de la rugosidad en las tuberías o de las fugas en los nodos, dependan únicamente de una única variable. Por el contrario, se espera que los valores que pueden asumir estos parámetros a lo largo del tiempo, dependan de una combinación de otros parámetros. Por ejemplo, en tuberías con valores de diámetro y edades similares es de esperar que los valores de rugosidad sean muy similares (si no iguales). Con base en ello, se hace evidente la validez de la aplicación de un método de clústering para subdividir ambos tipos de elementos en subgrupos (clústeres).

Un clúster se define como un conglomerado de objetos que comparten características entre sí, o dicho de otra manera, aquel en que los perfiles de los objetos en un mismo grupo sean muy similares entre sí, y muy diferentes a los objetos ubicados en otros clústeres.

El problema de subdivisión de las tuberías y nodos en clústeres puede ser formulado de la siguiente manera:

$$\text{Dado un } C = \{n_1, n_2, \dots, n_n\}$$
$$\text{Con } n(L^a, L^a, \dots, L^x)$$

Se trata de implementar una función, que permita la subdivisión de todos los *n* en *C* clústeres

$$f(x(L^a, L^a, \dots, L^x)) = C_i + C_j +, \dots, C_n = C$$

Donde: *C* corresponde al conjunto de elementos *n* (ya sea, tuberías o nudos), *L* corresponde a los parámetros característicos de cada elemento *n*, C_n, corresponde al *n*-esimo clúster en el que se hace la subdivisión (ya sea de nodos o de tuberías).

Esta tarea puede llevarse a cabo mediante diversas técnicas de clústering. En la última década, se ha desarrollado varios trabajos, en los cuales se ha podido constatar la aplicabilidad de las mismas en el campo de estudio de los modelos hidráulicos de las RDAP [18], Diao *et al.,* (2013); Campbell *et al.,* (2015); Izquierdo *et al.,* (2015).

Mapas auto-organizados

Los MAO pueden ser considerados como un tipo de red neuronal. Sin embargo, estos difieren de las anteriores, en el hecho de que los nodos (o neuronas) no se encuentran interconectados entre sí. Por lo general, los MAO se emplean para representar bases de datos conformadas por vectores multidimensionales, en una estructura bidimensional de fácil visualización, pero tal y como se describirá a continuación, también pueden ser empleados como técnica de clústering.

El primer paso para la construcción de un MAO, es el establecimiento de su estructura topológica. Para ello, se tiene que definir el número de neuronas que tendrá el mismo. La selección de este número depende de la estructura implícita de la base de datos con la que se esté lidiando. Lógicamente, la estructura en un principio sólo se puede intuir, por lo cual, una aproximación válida sería probar distintas configuraciones de tamaño de mapa y ver cuál es la que mejor se ajusta al conjunto de datos que se está estudiando. En un buen MAO, se encontraría una distribución bastante uniforme de los vectores multidimensionales entre todas las neuronas (no habría neuronas con cantidades de casos, significativamente distintas). Otra medida que se puede utilizar como referencia, es la distancia entre los elementos que existen dentro de una misma neurona. De manera ideal, esta distancia tendría que ser la mínima posible.

Una vez que se define la topología del MAO, se tiene que definir algunos parámetros con los que se entrenará a la red, tales como: número de veces que se presenta la

base de datos al mapa; una tasa de aprendizaje; un radio de acción sobre las neuronas vecinas. Al ejecutar este paso, se crea, para cada neurona, un vector artificial, de ahora en adelante llamado codebook, mediante el cual se compara los vectores multidimensionales que se desea mapear en el MAO.

En el proceso de entrenamiento, se le presenta al MAO, el conjunto de datos, una *n* cantidad de veces. Para cada uno de los casos, se mide una distancia entre el mismo y todos los codebooks existentes en el MAO. La neurona cuyo codebook tenga la menor distancia al caso de comparación, se define como Unidad de Mejor Acople (o BMU, por las siglas en inglés de Best Matching Unit). El codebook original de la neurona en cuestión es entonces modificado para hacerlo más similar al vector de comparación y a partir de ahí se inicia un proceso de influencia del codebook de la Unidad de Mejor Acople, sobre los codebooks ubicados en las neuronas vecinas. Dicho proceso se lleva a cabo a través de un radio de acción temporal que se va contrayendo gradualmente. Este paso es el que le confiere la propiedad de vecindad a los MAO, la que establece que los vectores con un significativo grado de similitud, se agrupa en áreas cercanas del mapa, y es bajo este principio que se fundamenta la utilización de los MAO para realizar clústering de bases de datos.

Características de nodos y de tuberías

Tal y como ya ha sido previamente anunciado, en este trabajo se lleva a cabo el clústering tanto de tuberías así como de nodos. Para ellos, primero se tuvo que analizar qué características de los nodos y qué características de las tuberías podrían ser más adecuadas para revelar las clases subyacentes existentes entre el conjunto de elementos.

En un modelo hidráulico, los elementos se pueden caracterizar por variables no dependientes de la simulación y por variables dependientes de la simulación hidráulica. Si sólo se tiene en cuenta aspectos netamente hidráulicos, dentro de la primera categoría se pueden encontrar: la rugosidad, la longitud, el diámetro, para el caso de las tuberías y elevación, demanda base, coeficiente de emisor, coordenadas *xy*, para el caso de los nodos (estas dos últimas variables están más relacionadas al aspecto topológico que el hidráulico). Tal y como ya ha sido mencionado anteriormente, la rugosidad y el coeficiente de emisor, son las variables incógnitas en el proceso de calibración, por lo que no se pueden considerar como criterios de clústering.

La longitud de tubería no es muy útil como criterio de clusterización, ya que los valores asumidos por dicha variable dependen del nivel de detalle/simplificación con el que está definido el modelo. En general, se espera que tuberías con distintos valores de longitud, pero con valores similares de otras características, terminen asumiendo el mismo valor de rugosidad (o al menos, valores muy similares). En cambio, el diámetro, sí se puede considerar como una buena variable discriminatoria.

En el caso de los nudos, la elevación junto con las coordenadas geográficas, son variables muy adecuadas para revelar clases entre el conjunto de nodos, ya que se espera que zonas con elevaciones similares tengan valores de presión similares, ritmos de mantenimientos similares, y que por ende, los caudales de fugas se asemejen mucho entre sí.
A continuación se enlistan las variables empleadas para llevar a cabo el clústering.

Características en las tuberías

Edades: Con el paso del tiempo, las tuberías van acumulando material, lo cual aumenta la rugosidad en las paredes de las tuberías.

Materiales: Algunos materiales son más sensibles a la acumulación de materiales o a la corrosión. En general, en los materiales plásticos, la ocurrencia de incrustaciones es menos frecuente que en materiales como el hierro y el cemento.

Centralidad de tuberías: Este es un parámetro propio de la teoría de grafos. Sirve para reflejar qué tan importante es un enlace (en este caso tubería) para conectar otros elementos. En tuberías con alto nivel de centralidad, se espera que circulen mayores caudales y por ende, las rugosidades sean menores.

Características en los nodos

Valor de Camino más Corto Acumulado (VCMCA): Parámetro propuesto por Campbell *et al* (2015). Sirve para reflejar la importancia de los nodos/tuberías en el abastecimiento del resto de la red. Dicha medida se basa en el concepto conocido como Camino más Corto (CMC), propio de la teoría de grafo. Si bien, su cálculo depende de una simulación hidráulica previa, lo único que se requiere de la misma (simulación), es la dirección de los caudales, que no se espera que varíe durante la calibración. La idea es que una vez que se definen las direcciones de los enlaces del grafo, es posible realizar el cálculo de un valor de CMC entre cada par de nodos. Esto se lleva a cabo a través del ampliamente conocido algoritmo de Búsqueda en Amplitud (Moore, 1959) que está dirigido a realizar la búsqueda recursiva de cada nodo al que se puede acceder desde un nodo de partida (también conocido como nodo raíz).

Centralidad: Al igual que en el caso de las tuberías, sirve para reflejar la capacidad que tienen los nodos para conectar otros grupos de nodos.

Elevación: La presión en las distintas zonas de la red, depende en gran medida, de su elevación. En zonas más bajas, es de esperar presiones más elevadas.

Coordenadas geográficas: tal y como se señaló anteriormente, nodos ubicados en la misma zona se espera que tengan ritmos similares de mantenimiento, presiones similares y por ende, caudales de fugas similares.

En la figura 1 se muestra las características anteriormente descritas en un tramo de la RDAP de la ciudad de Managua, capital de Nicaragua. La red en cuestión cuenta con 242 km de tuberías, 4351 nodos y 4391 tuberías.

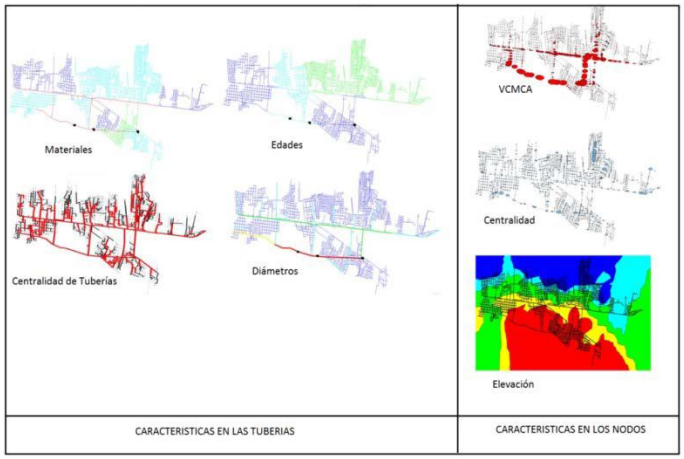


Figura 3. Información de nodos y tuberías empleada para el clústering

En las siguientes figuras se muestra los MAO obtenidos, tanto para los nodos (figura 2) así como para las tuberías (figura 3). Nótese como para el caso de las tuberías, la cantidad de neuronas es significativamente diferente que en el caso de los nodos.

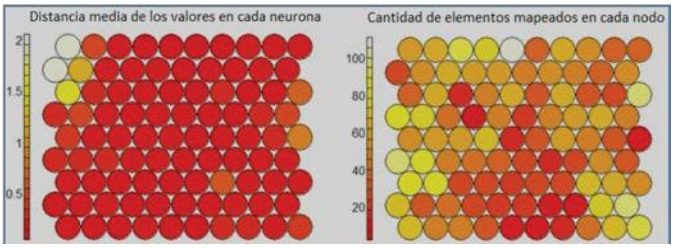


Figura 4. MAO generado para los nodos

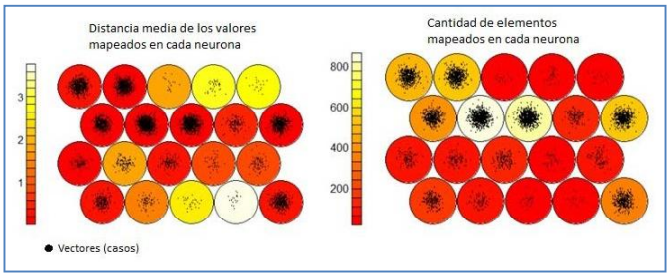


Figura 5. MAO generado para las tuberías

Clústering jerárquico

El clústering jerárquico es una herramienta de análisis de datos que se basa en la construcción de clústeres de los mismos bajo un orden de jerarquía. Se agrupa dentro de los métodos de aprendizaje automático no supervisados, y tienen como objetivo global hacer una exploración de datos. La idea, tras este, es construir árboles binarios que sucesivamente se fusionen en grupos en dependencia de su similaridad (Han *et al.*, 2006). A partir del estudio del árbol que se genere, se puede extraer información útil que ayude a comprender la estructura de los datos.

Se diferencia de otros métodos de formación de clústeres en el hecho de que no se requiere introducir a priori un número de clústeres en el que se hará la partición, por el contrario, el número de clústeres óptimo en el que se deben subdividir los datos puede ser estimado a través del árbol de jerarquía resultante (drendrograma).

En la implementación de este método, se debe definir una métrica (p.e, euclidiana, Manhattan, Gower) que permita medir la distancia entre los vectores de estudio y una función (p.e, completa, individual, centroide, promedio), que rija la fusión de los clústeres que se van generando en cada paso.

Dado que en un dendrograma puede haber un número de particiones alternativas muy amplio, se debe seleccionar un indicador que permita evaluar la calidad de la misma. Para tal fin, en este trabajo, se adopta el índice de silueta, propuesto por Rouseeeuw (1987). Este índice combina tanto la característica de cohesión como la de separación. El resultado es un valor final para cada clúster, que representa el promedio de valores (de ancho de silueta) de cada conjunto de casos dentro de un clúster (ecuación 2). En el caso de los clústeres mejor conformados, el valor del ancho de silueta será próximo o igual a 1 y en el caso de los peores conformados, el valor será próximo o igual a -1.

$$s(i) = \frac{b_{ij} - a_i}{\max(b_{ij}, a_i)} \qquad (2)$$

Donde: a_i es el promedio de las distancias entre todos los caso que pertenecen al mismo clúster y b_{ij} también es un promedio de distancia, pero de los casos *i* en un clúster, con respecto a los casos *j* del clúster más cercano.

Una vez generado el MAO, se procede a implementar el clústering de los elementos en clases. Tal como ya se mencionó, en los MAO, las clases están representadas como codebooks, y es sobre los mismos sobre los que se lleva a cabo el proceso de clústering jerárquico. Dadas las particiones sobre el MAO, se procede a definir el clúster al que pertenece cada uno de los nodos y se evalúa el índice de silueta para cada una de las particiones. La idea es encontrar una combinación de medida métrica, método de fusión y número de partición que maximicen el índice de silueta en la partición final. En este trabajo se probaron sólo un número limitado de combinación de manera manual, sin embargo, sería interesante considerar el diseño de un método automático para el desarrollo de esta tarea.

En la figura 4 (derecha) se muestran la partición, para cada uno de los MAO. Y en la figura 4 (izquierda) se muestran las particiones finales, tanto para el caso de las tuberías como para el caso de los nodos.

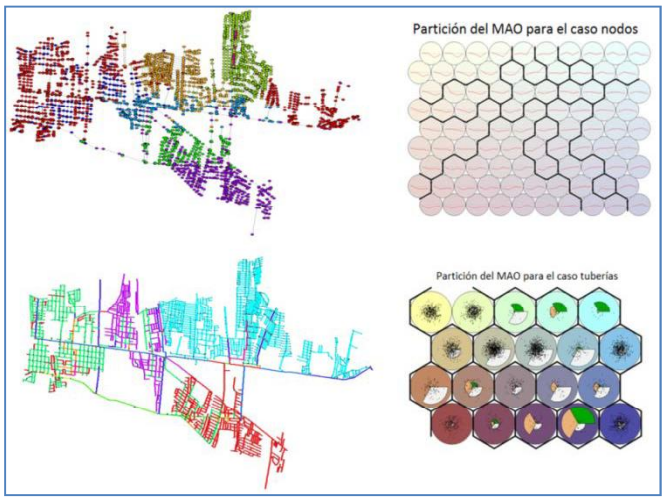


Figura 6. Partición de los nodos y tuberías en clústeres

OPTIMIZACIÓN CON ALGORITMOS GENÉTICOS

Los AG pueden ser descritos como un conjunto de métodos computacionales de optimización/búsqueda de soluciones, que mimetizan el proceso de evolución biológica a fin de resolver problemas de optimización. En estos, las potenciales soluciones para un problema determinado, están contenidas en una estructura de datos tipo cromosoma, sobre el cual se aplican operadores de recombinación a fin

de evolucionar a mejores soluciones. Por lo general se les ve como optimizadores de funciones, aunque el rango de problemas en que puede ser implementado es muy amplio. Los pasos característicos en la implementación de un algoritmo genéticos son: inicialización, evaluación (ajuste), selección, cruzamiento y mutación.

En este trabajo se emplea el algoritmo diseñado por la corporación Palisade, el cual opera en Excel. La idea general es plantear el problema (mediante fórmulas), crear una macro de llamada y ejecución del modelo hidráulico, lo cual se hace por medio de la toolkit de EPANET a través de código escrito en Visual Basic-Excel.

Tal y como ya fue mostrado al inicio, las variables de decisión corresponden a: los factores horarios de la curva de demanda, las rugosidades de las tuberías, y los coeficientes de emisor de los nudos. Teniendo en cuenta que los coeficientes de emisor corresponden a 24, el total de variables de decisión serían 24 + el número de clústeres de nudos + el número de clústeres de tuberías.

En la hoja Excel, se establece un conjunto de celdas en donde se ubican todas las variables decisión, al inicio se coloca un valor razonable. Luego, mediante la macro escrita en Visual Basic, se leen los valores escritos en estas celdas y se corre el modelo matemático. Los resultados arrojados por el mismo (caudales y presiones) en los puntos de control se exportan a la hoja Excel, y son comparados con el conjunto de datos de referencia, se evalúa la función objetivo y luego se procede a la siguiente iteración.

Para el ejemplo de implementación, los parámetros del algoritmo genético que se establecieron fueron: un conjunto de 60 individuos como población inicial, una tasa de cruzamiento equivalente a 0.1, y una tasa de mutación equivalente a 0.5.

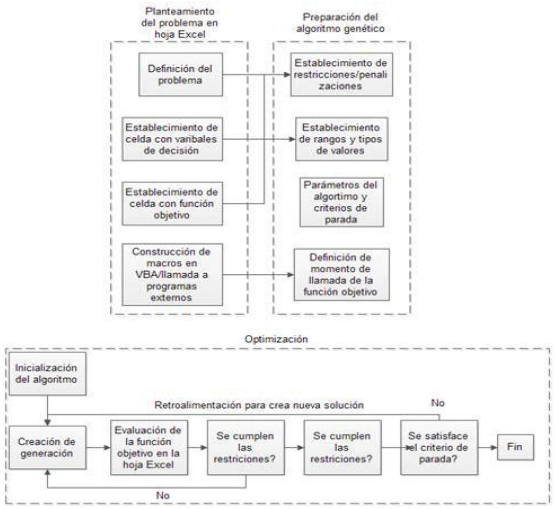


Figura 7. Flujograma de la metodología propuesta

Tal y como ya fue planteando previamente, la obtención de un resultado satisfactorio mediante algoritmos genéticos está íntimamente vinculada a la determinación de una apropiada función objetivo. Todo el proceso de optimización pasa por la evaluación de esa función y en el caso del uso de AG, una buena función objetivo puede hacer que la superficie de búsqueda sea más suave y que tenga menos regiones de óptimos locales. En ese sentido, el estudio más amplio de la función a ser aplicada en la calibración es un paso fundamental para la obtención de un modelo que pueda ser implementado por empresas gestoras de RDAP.

La manera más sencilla de abordar la calibración de RDAP es mediante una función que minimice la diferencia absoluta entre las medidas hechas en campo y los valores modelados, tal y como se muestra en la ecuación 4.

$$\text{Min } F(x) = \sum_{i=1}^{n} |x_i^o - x_i^m|, \qquad (4)$$

Donde x_i^o es el valor medido y x_i^m es el valor modelado en una red con n valores de control.

Dicha función objetivo fue usada por Vitkovsky *et al.* (2000) para la calibración y detección de fugas usando AG a fin de minimizar los errores entre los valores de presión en los nodos.

Ormsbee (1989) presenta una variante de la ecuación 4 en la que utiliza la diferencia relativa entre el modelo y la red real. En este caso se toma en cuenta la presión en los nudos como variable de medición.

$$\text{Min } F(x) = \sum_{i=1}^{n} \frac{|x_i^o - x_i^m|}{x_i^o} \qquad (5)$$

Otra variación de la ecuación 4 es la presentada por Kopple y Vassiljev (2009). En esta se plantea la minimización del error cuadrático entre los valores reales y los modelados.

$$\text{Min } F(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^o - x_i^m)^2 \quad (6)$$

Vale la pena destacar que en todos los trabajos previos, sólo se utiliza como referencia los valores de presión nodal. Dado que muchas veces, en función del tamaño de la red, la cantidad de valores a determinarse es bastante grande, un número reducido de punto de presión puede que no sea suficiente para obtener un buen resultado.

En este sentido, Lansey *et al* (2001) presentan un modelo en el que no sólo se usa la presión como referencia, sino que también se toma en consideración los caudales en las tuberías y los niveles de los tanques (ecuación 7);

$$\text{Min } F(H,Q,L) = \sum_{i=1}^{j} |H_i^o - H_i^m|^n + \sum_{k=1}^{p} |Q_k^o - Q_k^m|^n + \sum_{t=1}^{T} |L_t^o - L_t^m|^n \quad (7)$$

Donde: H_i^o es la carga total en el nudo i, con j nudos y H_i^m es la carga total modelada en el nudo i. Q_k^o es el caudal medido en una tubería k de una red con p tuberías, Q_k^m es el caudal modelado en la tubería k y finalmente L_t^o es el nivel del tanque t en la red con T tanques.

La ecuación 5 fue planteada para ser minimizada mediante AG; sin embargo, la misma tiene como desventaja el hecho de que las variables pueden tener magnitudes muy distintas, lo que conduce a que en el modelo convergen lentamente.

En el presente trabajo se presenta y evalúa el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} \frac{|Q_k - Q_k^m|}{\bar{Q}} + \sum_{i=1}^{p} \frac{|H_i - H_i^m|}{\bar{H}} \quad (8)$$

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} \frac{|Q_k - Q_k^m|}{\text{Max}(Q_k)} + \sum_{k=1}^{p} \frac{|H_i - H_i^m|}{\text{Max}(H_i)} \quad (9)$$

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} \frac{|Q_k - Q_k^m|}{\text{Min}(Q_k)} + \sum_{k=1}^{p} \frac{|H_i - H_i^m|}{\text{Min}(H_i)} \quad (10)$$

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} \frac{|Q_k - Q_k^m|}{\sigma_q} + \sum_{k=1}^{p} \frac{|H_i - H_i^m|}{\sigma_h} \quad (11)$$

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} \frac{|Q - Q_k^m|}{Q_k} + \sum_{k=1}^{p} \frac{|H_i - H_i^m|}{H_i} \quad (12)$$

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} |Q_k - Q_k^m| + \sum_{k=1}^{p} |H_i - H_i^m| \quad (13)$$

$$\text{Min } F(Q,H) = \sum_{k=1}^{p} (Q_k - Q_k^m)^2 + \sum_{k=1}^{p} (H_i - H_i^m)^2 \quad (14)$$

La evaluación de cada función objetivo y su influencia en la convergencia del AG fue hecha con la ayuda del método estadístico de test de hipótesis, con un análisis de valores de correlación y con la evaluación de un parámetro que hace correlación entre la precisión del método y el número de iteraciones para la convergencia.

El test de hipótesis (o test Z) se basa en la premisa de que si el valor medio de los valores generados por modelo presenta un gran nivel de desviación con respecto a los valores medidos, entonces la función objetivo empleada puede ser descartada. En otras palabras, el Test Z verifica si las diferencias de medias son significativas.

Para ello, se desea saber si la hipótesis H_o, de que las medias son iguales es válida A como es de esperar, la hipótesis alternativa, H_A establece que las medias tienen diferencia significativa, y por tanto la función objetivo mediante la cual los valores fueron obtenidos no se puede considerar como válida.

$$H_o: \mu_o - \mu_m = 0 \text{ ; (15)}$$
$$H_A: \mu_o - \mu_m \neq 0 \text{ ; (16)}$$

Donde μ_o es el valor medio para una variable, obtenido en la red real, mientras μ_m es el valor medio para la misma variable, pero obtenido mediante el modelo.

El test Z está vinculado a un intervalo de confianza. El valor del nivel de confianza α es elegido para cada problema particular, pero normalmente se encuentra alrededor de 0.05. Así el intervalo de confianza se define como:

$$IC = 100\%.(1 - \alpha) \quad (17)$$

La hipótesis H_o es aceptada si la probabilidad obtenida mediante el test Z cae dentro del intervalo de seguridad. De esta manera, la probabilidad Z se calcula de la siguiente manera:

$$Z = \frac{\mu_0 - \mu_m}{S.E} \quad (18)$$

Donde: S.E. es el error estándar, que puede ser obtenido mediante la ecuación 18 si la desviación estándar entre el modelo y los datos reales es distinta.

$$S.E. = \sqrt{\frac{\sigma_o^2}{n_o} + \frac{\sigma_m^2}{n_m}} \quad (19)$$

Donde: σ_o^2 y σ_m^2 corresponden a la desviación estándar de los datos reales y los datos del modelo, respectivamente; n_o y n_m corresponden a la cantidad de puntos en cada uno de los grupos de muestra.

La tabla 1 presenta los valores del test para cada una de las funciones objetivo en cada uno de los siete nudos de control y también en la tubería de control.

Tabla 1. Resultado del Test Z para cada una de las funciones y para cada uno de los elementos de control

O. F.	PC1	PC2	PC3	PC4	PC5	PC6	PC7	FC1
1	66,72%	75,66%	55,52%	88,08%	97,61%	97,61%	45,33%	71,88%
2	92,83%	84,15%	91,24%	74,14%	92,83%	88,87%	84,15%	76,42%

3	92,03%	57,55%	69,65%	86,50%	73,39%	95,22%	64,55%	63,12%
4	84,15%	45,33%	79,49%	80,26%	97,61%	89,66%	89,66%	97,61%
5	92,83%	54,85%	95,22%	80,26%	74,14%	99,20%	31,73%	93,62%
6	54,85%	56,87%	77,95%	71,14%	65,27%	47,77%	0,96%	99,20%
7	61,71%	31,25%	0,60%	68,18%	81,81%	81,03%	0,63%	99,32%

Al comparar los valores anteriores con el intervalo de confianza establecido (95%), se puede determinar que únicamente para el caso de la ecuación 7 se puede establecer que las medias son significativamente diferentes.

Uno de los parámetros estadísticos más utilizados para la evaluación de la precisión de dos muestras es el coeficiente de correlación de Pearson, r^2. La figura siguiente (8) muestra para el nudo 1 la correlación y el coeficiente r^2. Por temas de espacio sólo se muestra el gráfico de correlación para el nudo 1, no obstante, en el resto de los nudos se obtuvo resultados similares.

Para ampliar más el análisis de la calidad de las funciones objetivo, se tomó en consideración otro factor importante, como lo es, la convergencia del método en términos de velocidad. Es decir, la agilidad del método para converger una vez definidas sus variables. En ese trabajo, el Índice de Calidad (IC) desarrollado, tiene en cuenta el número de iteraciones con el que se llega al resultado esperado.

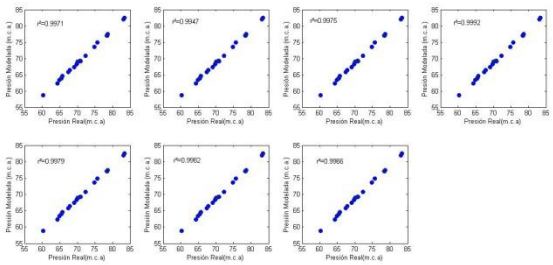


Figura 8. Correlación entre los datos medidos y los datos del modelo para el nudo de control uno

Para calcular IC, se hace una multiplicación entre todos los coeficientes de correlación obtenidos y el resultado se divide entre el número de iteraciones llevadas a cabo. De esta manera, si el modelo tuviera un desempeño excelente, se obtendría como resultado un valor igual a 1, eso porque el máximo valor asumido por el r^2 es 1. Por otro lado, esa multiplicación se divide entre una fracción en la cual el denominador es una división entre el número de iteraciones necesarias para la convergencia del modelo y el número mínimo de iteraciones en todos los test.

$$IC_o = \frac{\prod_{e=1}^{E} r_e^2}{Iter_o / \min(Iter)} \quad (20)$$

Donde r_e^2 es el coeficiente de correlación para un elemento e en una red con E elementos, $Iter_o$ es el número de iteraciones necesarias para la convergencia del método e $Iter$ es el vector con todos los valores de interacciones necesarias para convergencia. La tabla 2 presenta los valores del IC para el caso de estudio.

Tabla 2. IC para cada una de las funciones objetivo

F.O	I.C.
1	0,76127
2	0,95826
3	0,88514
4	0,87499
5	0,82066
6	0,87516
7	0,57070

CONCLUSIONES

De acuerdo al IC las funciones objetivo 9 y 10, en las que se hace ponderaciones entre el valor máximo y mínimo, son las que generan mejores resultados. En tanto, la función 7, que corresponde al error cuadrático es la que presenta el peor desempeño.

REFERENCIAS

[1] Roger W. Meier y Brian D. Barckdoll. 2000. *Sampling desings for network model calibration using Genetic Algorithms*. Journal of Water Resources Planning and Management, 126(4), pp. 245-250.

[2] R. Puust y A Vassiljev. 2014. *Real water network comparative studies considering the Whole Process fom Engineer´s perspective*. Procedia Engineering, 89, pp 702-709.

[3] Palisade Coporation. 2010. *The genetic algorithm solver for Microsoft Excel*: guide to using. Version 5.7. www.palisade.com/downloads/manuals/EN/Evolver5_EN.pdf. Consulta: 16/10/20

[4] E. Campbell., J. Izquierdo., I. Montalvo., A. Ilaya-Ayza., R. Pérez-García. y Tavera, M. 2015. *A Flexible methodology to sectorize water supply networks based on social network theory concepts and on multi-objective optimization*. Journal of Hydroinformatics (in press). doi: 10.2166/hydro.2015.118.

[5] M. Herrera., J. Izquierdo., R. Pérez-García. y I. Montalvo. 2013. *Multi-agent adaptive boosting on semi-supervised water supply clusters*. Environ Modell Softw. 50(August-2012), pp 131-136.

[6] K. Diao., Y. Zhou. y W. Rauch. 2013. *Automated creation of district metered area boundaries in water distribution systems*. J Water Res Pl-Asce.139(2), pp 184-190.

[7] J. Izquierdo., M. Herrera., I. Montalvo., y R. Pérez-García. 2011. *Division of water supply systems into district metered areas using a multi-agent based approach*. Software and Data Technologies, pp.167-180.

[8] P. Rousseeuw. 1987. *Silhouettes: a graphical aid to the interpretation and validation of cluster analysis*. J Comput Appl Math. 20, pp 53-65.

[9] J. Vitkovsky, J., A. Simpson, A. y M. Lambert. 2000. *Leak detection and calibration using transient and genetic algorithms*. Journal of Water Resources PlanningManagement. 126(4), pp 262–265.

[10] Lindel E. Ormsbee. 1989. *Implicit Network Calibration*. Journal of Water Resources Planning and Management, 115(2), pp. 243-257.

[11] T. Koppel, A. Vassiljev. 2009. *Calibration of a model of an operational water distribution system containing pipes of different age*. Advances in Engineering Software 40(8), pp 659-664.

[12] K. E. Lansey, et al. 2001. *Calibration assessment and data collection for water distribution networks*. Journal of HydraulicEngineering 127(4), 270-279.

Correspondencia

Bruno Melo Brentan
brunocivil08@gmail.com

VI

CADENAS DE SUMINISTRO

Aporte Santiaguino 8, 2015: 473-488
ISSN 2070-836X

Optimización del envio de cerdos cebados al matadero

LLUÍS MIQUEL PLÀ ARAGONÉS[1]

RESUMEN
Las granjas de cerdos de engorde son unas granjas especializadas donde se aplica el método de cría por lotes de "todo dentro-todo fuera". Resulta importante decidir en qué momento resulta conveniente enviar los animales cebados al matadero. La decisión va a depender del peso de los cerdos, de su conformación, del precio de mercado de la canal y de las bonificaciones que aplique el matadero según la clasificación de la canal que se aplica en muchos países en lugar del pago único por peso. Normalmente, como el crecimiento de los animales es desigual, el cierre de los lotes se suele alargar en un mes desde el primer envío de animales al matadero. En este trabajo se presenta un modelo de optimización que indica cuándo y cuántos animales enviar a sacrificio tomando en cuenta el coste del transporte, el crecimiento de los cerdos y su composición así como las bonificaciones para cada tipo de canal. Los resultados indican que, para el tipo genético analizado, dieciséis semanas de engorde es el periodo óptimo de cierre del lote.

Palabras clave: optimización; engorde de cerdos; transporte; matadero.

ABSTRACT
The structure of the pork sector in world economy is changing. In the last years, pig farms are becoming more and more specialized, while the size of their facilities is increasing. Moreover, they have tended to integrate and coordinate their operations into pork supply chains by using tighter vertical coordination linkages. This paper presents a modelling approach to the real problem of when fattened pigs have to be delivered to the abattoir. The decision is a compromise between production costs and expected income paid by the abattoir along the production cycle that often includes penalization by extra weight or fat content. The modelling approach presented is a mixed integer linear programming model describing a fattening pig unit operating under all-in all-out strategy. It is assumed that all production is sold to an abattoir prescribed by the pork supply chain (PSC) in which the farm is integrated. Piglets, feedstuff and veterinary care are provided by the PSC. The interest of the model is to analyze the deliveries of pigs to the abattoir accounting for specific growth, body composition, truck capacity and penalties on selling price. Our contribution confirms the findings of past studies but demonstrates the benefit of fattening pigs with homogeneous weights and the importance of individual measures to avoid extra costs derived from grouped animals.

Keywords: optimisation; pig fattening; transportation; abattoir.

1 Universidad de Lleida, España.

INTRODUCCIÓN

Durante los últimos años, el incremento intensivo de la competencia entre productores de porcino ha provocado que los beneficios marginales por unidad de producto para reducir la producción porcina ha cambiado mucho durante la última década dentro de la Unión Europea (UE), así como en el resto del mundo. Estadísticas de la FAO [5] muestran a la UE (EU-28 miembros) como el segundo productor del mundo después de China. La evolución de la industria porcina moderna es el resultado de la globalización de la economía mundial, los avances en tecnología, avances científicos y cambios en las actitudes sociales y culturales [1,19,20]. Las economías de escala han continuado acelerando los cambios en la industria de la carne de cerdo [11,13,14]. Como respuesta general, se realiza una concentración de la producción para mantener los márgenes de beneficio que provoca una reducción en el número de explotaciones, aunque sus tamaños están aumentando [10,12,14,17].

Las granjas de cerdos de engorde deben decidir en qué momento resulta conveniente enviar los animales cebados al matadero. La decisión va a depender del peso de los cerdos, de su conformación, del precio de mercado de la canal y de las bonificaciones que aplique el matadero según la clasificación de la canal.

Tradicionalmente, las decisiones se toman basadas en la experiencia y han sido la base para la planificación en las granjas de producción; pero la complejidad creciente de la industria del cerdo hizo posible el desarrollo de nuevos métodos de planificación [2,15,18]. El problema de planificación habitual en unidades de engorde está relacionado con la entrega óptima del matadero de cerdos cebados. Normalmente, como el crecimiento de los animales es desigual, el cierre de los lotes se suele alargar en un mes desde el primer envío de animales al matadero. La inspección visual para seleccionar los cerdos a sacrificar es el método más barato, mientras que las soluciones tecnológicas para la captura automática de esa información siguen siendo caras para este propósito [16]. Por lo tanto, en este trabajo se propone un modelo entero mixto programación lineal (MILP) que describe una granja porcina de engorde bajo una estrategia de todo dentro-todo fuera (AIAO). El interés del modelo es maximizar los ingresos procedentes de las entregas de los cerdos según una clasificación de la canal. Se supone que la granja está verticalmente integrada y toda la producción se vende a un matadero prescrito por la empresa en la que se integra el cebadero. El resultado indica cuándo y cuántos animales enviar a sacrificio tomando en cuenta el coste del transporte, el crecimiento de los cerdos y su composición así como las bonificaciones para cada tipo de canal.

MATERIALES Y MÉTODOS

Para el presente proyecto se ha contado con los datos experimentales del crecimiento de un lote de cerdos de engorde, su composición y rendimiento de canal.
Se ha utilizado precios de venta por kg de peso vivo publicados por Mercolleida y se ha considerado distintos tipos de bonificaciones de uso común en los mataderos.

El lenguaje de modelado algebraico IBM ILOG OPL Studio fue utilizado con CPLEX 12.4 como solver de optimización lineal para la aplicación y resolución de las diferentes instancias desarrolladas para este estudio de caso en un ordenador (CPU i5 de doble núcleo a 2,5 GHz y 4Gb de RAM). Microsoft Excel se ha utilizado para el almacenamiento de datos, parámetros de entrada y salidas.

Modelado del peso vivo de un lote de cerdos

El proceso de engorde es básicamente un proceso de crecimiento de los cerdos. Muchos modelos matemáticos se utilizan para describir el crecimiento de los animales domésticos en el intento de predecir el peso y el tiempo óptimo de sacrificio [21]. Como el crecimiento no es igual para cada individuo, un lote de cerdos a la misma edad tiene un peso medio y una variabilidad natural. Nuestro enfoque se basa en la discretización de una curva de crecimiento de regresión dada [3,16]. Por lo tanto, la regresión proporciona la distribución de peso normal con el tiempo: media y desviación estándar del peso vivo para un determinado rebaño de cerdos en la misma edad. La curva de crecimiento se basa en datos experimentales que representan a una raza particular y ajustada para machos. Si asumimos una distribución normal de peso vivo, W ~ N (μ,σ^2), entonces la distribución normal truncada de W entre A y B, TW $\sim N(\mu_{A-B}, \sigma^2_{A-B}, A, B)$, tiene como esperanza:

$$\mu_{A-B} = E(TW) = \mu + \frac{\sigma\left(\varphi\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right)-\varphi\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)\right)}{\Phi\left(\frac{B-\mu}{\sigma}\right)-\Phi\left(\frac{A-\mu}{\sigma}\right)} \qquad (1)$$

donde φ es la función de densidad de probabilidad normal estándar y Φ la función de distribución acumulativa de una distribución normal estándar. Por lo tanto, la normal truncada nos permite calcular el peso vivo esperado de un grupo de cerdos dentro de un rango de peso específico.

El modelo de envio óptimo

Las variables de decisión involucradas en el problema están relacionadas con al número de cerdos presentes en granja (es decir, el inventario en el tiempo) o los vendió a matadero obligando a actualizar el inventario en la granja. De forma complementaria, el número de camiones puede considerarse también. La naturaleza de estas variables de decisión es entera: tanto cerdos como camiones. Otras reglas de funcionamiento lógico para el envío de cerdos al matadero deben tenerse en cuenta. Por ejemplo, la distribución del peso y como se ejecuta la inspección visual de los cerdos que lleva a considerar el sacrificio de los cerdos más pesados primero. El modelado de estas reglas puede llevar a considerar variables adicionales. La formulación del modelo completo se presenta a continuación:

Conjuntos e índices
P = {i} conjunto de particiones que se aplica para el lote de cerdos, P. Cada individuo perteneciente a una partición se asume que crecerá según los mismos parámetros. Así, este subíndice representa una categoría de crecimiento que se conserva a lo largo del periodo de engorde.
T = {t} conjunto de los períodos de tiempo en el que la fase de engorde se divide, es decir, número total de semanas.

Parámetros
N: número de cerdos en un lote,
| P|: número de grupos en que se divide el rebaño,
$W_t \sim N(\mu_t, \sigma_t^2)$ distribución del peso del lote en vivo en semana t.
$TW_{ti} \sim N(\overline{w}_{ti}, \sigma_{it}^2, i-, i+)$ distribución truncada del peso vivo de la partición en la semana t, siendo i - y i + los pesos extremos límite de la partición.
CCT: capacidad de camiones en el número de cerdos cebados que cubre el camino hacia el matadero, de la carga.
LW: un promedio de peso vivo máximo de cerdos cargados para calcular la capacidad máxima de carga de camiones en kg de peso.
PV: es el precio base de venta en € por kg de cerdo vivo.
Bono (sexo, % $lean_{it}$, $wcarcass_{it}$): es un bono si positivo, o una penalización si negativo, sobre la base de la venta de precio que el matadero se calcula dependiendo del peso de la canal y el porcentaje magro.
Sexo: puede ser macho, hembra o castrado.
$lean_i$ %: composición magra del cerdo que se estima a partir del peso vivo de los cerdos.
$wcarcass_i$: peso de la canal que se estima a partir del peso vivo de cerdos
P_0·Representa el costo unitario de compra de un cerdo para engorde.
CT: es el costo unitario para un viaje al matadero.
$\overline{Cf}_t$ es el costo acumulado de piensos o concentrados que se consume en promedio un cerdo hasta la t-semana.
k_{it} representa el costo unitario asociado a otros costos por cerdo vendido.
K fijo, los costos asociados a un lote como de limpieza y desinfección.

Variables de decisión
X_{it}: número de cerdos en etapa de crecimiento enviados a matadero en la semana t.
N_{it}: inventario de cerdos en crecimiento etapa i y semana t.
h_{it} variable binaria, {0,1}, que representan dos etapas de crecimiento consecutivas (i-1 e i) en que se envía cerdos al matadero en la semana t cuando toma el valor 1 o 0 en caso contrario.
d_{it} variable binaria, {0,1}, que representa si hay cerdos que se envían al matadero en la etapa i, tiempo t, tomando el valor 1 si sí o 0 en caso contrario.
Y_t: variable número entero que representa el número de camiones necesarios para transferencia de cerdos de la granja al matadero en t de la semana.

El modelo determinista propuesto maximiza el beneficio total de la producción de un lote de cerdos cebados enviados al matadero. Las posibles soluciones deben satisfacer un conjunto de restricciones que afectan principalmente al comportamiento dinámico de la población, y que se expresa en el siguiente problema de optimización:

Max R = $I(X_{it})$- $C(X_{it})$=

$$= \sum_{it} X_{it} \cdot \bar{w}_{it} \cdot (\mathrm{Pv} + \mathrm{Bonus}(\mathrm{gender}, \%\mathrm{lean}_{it}, \mathrm{wcarcass}_{it})) - (\mathrm{p}_0 \cdot \mathrm{N} + \sum_t \mathrm{Ct} \cdot Y_t + \sum_{it}(\bar{\mathrm{Cf}}_t \cdot X_{it}) + \sum_{it}(k_{it} \cdot X_{it}) + K) \quad (2)$$

s.t.

N_{i1}=(N/|P|) $\forall\ i \in \mathrm{P}$ (3)

N_{it+1} =(N_{it} - X_{it}) $\forall\ i \in \mathrm{P},\ t \in \mathrm{T} \setminus \{|\mathrm{T}|\}$ (4)

$X_{it} \leq N_{it} + N\ (1 - h_{it})$ $\forall\ i \in \mathrm{P},\ t \in \mathrm{T}$ (5)

$X_{it} \geq N_{it} - N\ (1 - h_{it})$ $\forall\ i \in \mathrm{P},\ t \in \mathrm{T}$ (6)

$N_{i|\mathrm{T}|} - \mathrm{X}_{i|\mathrm{T}|} \leq 0$ $\forall\ i \in \mathrm{P}$ (7)

$\sum_{i=1}^{|P|} X_{it} \leq Cct \cdot Y_t$ $\forall\ t \in \mathrm{T}$ (8)

$\sum_{i=1}^{|P|} X_{it} \cdot \bar{w}_{it} \leq Cct \cdot Lw \cdot Y_t$ $\forall\ t \in \mathrm{T}$ (9)

$X_{it} \leq \mathrm{N} \cdot d_{it}$ $\forall\ i \in \mathrm{P},\ t \in \mathrm{T}$ (10)

$h_{it} \leq d_{it}$ $\forall\ i \in \mathrm{P},\ t \in \mathrm{T}$ (11)

$d_{it} + d_{i+1t} \leq 1 + h_{i+1t}$ $\forall\ i \in \mathrm{P} \setminus \{|\mathrm{P}|\},\ t \in \mathrm{T}$ (12)

La función objetivo (2) representa los ingresos y los costes totales durante un período de engorde de un lote de cerdos en cebo. El único ingreso se genera por la venta del lote de cerdos cebados al matadero. El costo, C, se calcula por la suma de cuatro conceptos: compra de cerdos, transporte hasta el matadero, consumo de alimentación durante el período de engorde y otros costos incluyendo la limpieza y desinfección de las instalaciones. Siendo las variables de decisión xit: cuántos cerdos en el crecimiento de la categoría en la semana t tengo que enviar a matadero y Yt que representa el número de camiones necesitan la semana t para realizar el transporte.

Las posibles soluciones del modelo deben satisfacer las restricciones (3-12). Se supone que un lote de cerdos en crecimiento N es introducido en la granja de engorde y engorde hasta semanas T como máximo. Animales en el inicio del proceso de crecimiento, t = 1, tienen un peso que sigue una distribución normal, $W_1 \sim N(\mu_1, \sigma_1)$. Esta distribución se reparte en |P| grupos que representa, cada uno, diferentes categorías de pesos distribuidos de menor a mayor ($i \in P$). Por defecto, en el inicio del proceso hay el mismo número de cerdos en cada categoría como se indica en (3). La normal truncada (1) nos permite obtener convenientemente el peso vivo esperado de cada categoría por semanas, $\overline{w}_{ti}$. El modelo representa el crecimiento y el flujo de cerdos con el tiempo. El modelo asume que cerdos pertenecientes a categorías específicas de crecimiento (partición inicial de la población) no cambian con el tiempo. En principio, una vez empiezan las entregas al matadero, los cerdos presentes la semana siguiente (es decir, N_{it+1}) son los presentes en la semana en curso menos ventas a matadero (es decir, Nit - Xit). La restricción de igualdad (4) puede estar relajada si se considera posibles bajas cada semana. El modelo no impone limitaciones específicas sobre cuando llevar los cerdos a matadero (4). Son las bonificaciones o penalizaciones del matadero las que implícitamente regulan la apertura de la ventana de comercialización de los cerdos cebados. Esto es así porque los cerdos de bajo peso son penalizados. El número de cerdos disponibles para enviarse al matadero, Xit, está limitado por Nit, es decir, el inventario de cerdos en la categoría i en crecimiento la semana t.

La variable binaria h_{it} se introduce (5-6) para detectar cuándo los cerdos presentes en i e (i-1)-categoría de crecimiento en la semana t son enviados al matadero, entonces $h_{it} = 1$, y si no $h_{it} = 0$. De esta manera, podemos representar el comportamiento racional del granjero: todos los cerdos en la categoría de crecimiento i en la semana t tienen que ser vendidos antes que los cerdos de la categoría de cerdos menos pesados (i-1) y siempre categorías adyacentes. Por lo tanto es necesaria una restricción complementaria (6). N podría ser reemplazado por cualquier número arbitrario más grande sin afectar la funcionalidad de (5-6). Como AIAO es la estrategia de manejo que se considera, ello requiere una restricción adicional (7) para la última semana del proceso a fín de asegurar el vaciado de la instalación. Obsérvese que para un buen modelado del sistema (7) hace necesario considerar un período de engorde de T semanas, lo suficientemente grandes como para representar la duración de todo el proceso de engorde a menos que T sea fijo por razones de gestión.

El número de cerdos en la categoría i en el tiempo t que se venden al matadero, Xit, deben ser cargados y transportados al matadero en camiones, Yt, con una capacidad limitada (8). Es habitual considerar capacidades entre 200 y 240 cerdos dependiendo del peso vivo individual. Puede considerarse una restricción complementaria (9) con respecto a la capacidad de carga de camiones y su tara. Entonces, el peso total de la carga, es decir, el peso vivo de cerdos tiene que ser considerado. Notemos que la restricción (9) podría ser redundante si los cerdos cebados entregados al matadero no exceden la capacidad de carga de los camiones. Una situación diferente sería cuando

el transporte se realiza con animales adultos pesados, como las cerdas de desecho o verracos. Estos son mucho más pesados y esta restricción puede ser relevante entonces, pero esta consideración está fuera del alcance del presente estudio.

El envío de cerdos al matadero tiene que seguir varias reglas racionales impuestas por el hecho de que en la actualidad no hay dispositivos para obtener el peso individual de los animales a vender. En ese caso, los cerdos aparentemente más pesados son los primeros en ser seleccionados para la carga de un camión y ser transportados al matadero. Los cerdos restantes tienen la oportunidad de seguir creciendo más y ser seleccionados más tarde, en la siguiente entrega y así sucesivamente hasta que la granja se vacía. Este aspecto es modelado por medio de variables binarias y un conjunto de restricciones. Por lo tanto, se ha introducido la variable binaria h_{it} para detectar si dos grupos consecutivos de categorías de crecimiento envían cerdos al matadero. Otra variable binaria auxiliar, d_{it}, también fue introducida. Esta pretende detectar si un grupo de cerdos en la categoría i-crecimiento en el tiempo t se envía o no al matadero (10). Vimos ya que N podría ser reemplazado por cualquier número arbitrario más grande sin afectar la funcionalidad de (10). Complementamos esta restricción (10) con dos más, dando pleno sentido a la variable binaria h_{it}. Como resultado, la introducción de restricciones (11) y (12) provoca que las entregas de cerdos de categorías intercaladas (no consecutivas) no sean factibles.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El caso presentado aquí se basa en uno español típico, engorde granja integrada, en una empresa privada cerdo o integrador que ofrece lechones, alimento, atención veterinaria y medicamentos, asesoramiento técnico durante el proceso de engorde y control regular sobre el crecimiento de los animales. La empresa posee el matadero donde los cerdos son sacrificados y determina la red de precios para recompensar a los agricultores integrados. Además, el integrador también fija la duración máxima de engorde según los planes de producción de la compañía, incluyendo la adquisición del matadero y la alimentación de lechones para conformar un nuevo lote de engorde. Con parámetros biológicos relacionados básicamente con el crecimiento y el consumo se hace referencia a una raza cruzada de (Large White x Landrace) x Pietrain. Se estudiaron diferentes situaciones con objetivos distintos. Primero se comparó el uso de bonificaciones o no en el pago de canales. El resultado fue que la bonificación permite mejorar la calidad de la carne obtenida en el sacrificio (canales más magras) y reducir sensiblemente el peso óptimo del animal al sacrificio. También se estudió el número de envíos al matadero y la ventana temporal para cerrar un lote. El resultado mostró que, para lotes de 1000 cerdos, una ventana de un mes y tres envíos era el mejor resultado. Por último, también se demostró que una reducción en la variabilidad de los pesos (más homogeneidad) mejora el rendimiento económico del lote. Todos los casos se resolvieron en pocos segundos y los resultados registrados en una hoja de cálculo de fácil inspección.

Parámetros generales del caso de estudio

Se consideró un lote de cerdos engordados bajo la política de manejo de AIAO. El engorde comprende desde la llegada de los primeros cerdos jóvenes a la granja (con alrededor de 20 kilogramos de peso) hasta la semana que el último cerdo del lote es enviado al matadero. Después de eso, la granja se puede preparar para recibir otro lote y así de forma iterativa. El valor de la compra de un cerdo joven fue de 40,55 €/ cerdo en promedio para 2013 [16]. La duración de la fase de engorde generalmente oscila de 14 semanas a 20 semanas resultando en aproximadamente dos o tres ciclos por año, siendo T = 17 el máximo rango permitido para este estudio. La duración del periodo de engorde debe fijarse también según la raza seleccionada, el peso de mercado y otras características específicas. El objetivo de nuestro modelo es determinar la política de envío al matadero, es decir, estrategia que maximiza el beneficio de un lote de cerdos cebados. En nuestro caso consideramos un cebadero con una capacidad de alojamiento de los cerdos de N = 1000. Se consideró dividir la población total en cinco grupos (| P| = 5) de 200 cerdos cada uno (N / | P|).

Los productores son pagados por sus cerdos según la carne magra libre de grasa y el peso de la canal. Cada matadero utiliza una parrilla única para establecer primas, o descuentos según su % de magros estimados. La clasificación de la canal de cerdo está regulada en toda la UE. La clasificación de SEUROP fue aplicada por mataderos desde 1984 (Reglamento 3220/84). Más adelante, la legislación actual fue actualizada incorporando más detalles al anterior Reglamento sobre la clasificación de la canal y comercial clasificación (Reglamento (CE) No.1249/2008).

Tabla 1 clasificación de canal según el porcentaje magro y un ejemplo de la bonificación aplicada por un matadero español

% lean	Classification	Bonus (€)
>60	S	+0,12
55-60	E	+0,07
50-55	U	0,00
45-50	R	-0,07
40-45	O	-0,12
<40	P	-0,30

En vista a producir productos uniformes en contenido magro, los mataderos especifican una bonificación o penalización de €/kg basada en el porcentaje de magro como indicador de calidad (tabla 1). Otra penalización común aplicada depende del peso de la canal cuando está fuera del alcance, el sexo de los animales (machos, hembras o castrados), peso vivo u otras características que considere el matadero para adaptarse mejor a la demanda de carne de cerdo. Al final, los bonos o penalizaciones se aplican con el fin de motivar a los productores de cerdos en grupos

homogéneos y ofrecer un mejor producto terminal al cliente. La estrategia de envío adecuada y los ingresos correspondientes dependerá de las parrillas de precio de los mataderos (tabla 2). Los precios base se fijan en los mercados de subastas semanales y son aceptados por mataderos siendo Mercolleida (del http://www.mercolleida.com) la referencia común para España. La media anual en 2013 utilizada para esta instancia es Pv = 1.377 €/kg de cerdo vivo. La figura 1 muestra la evolución del precio de base durante 2013 en España que puede considerarse como buena (es decir, sobre la media de los últimos años, precios históricos). Estas cifras mantienen el sector de la crisis general, otros, Español sectores económicos, están experimentando en la actualidad.

Un retraso en la entrega óptima de los cerdos implica un incremento en el costo de alimentación mientras que la tasa de crecimiento está empeorando, con el riesgo de obtener las canales más grasas. Si el peso de los cerdos alcanza valores elevados, entonces deponen demasiada grasa y se reduce así el porcentaje magro y sufren penalizaciones en el pago. Además, una duración de la fase de engorde larga tampoco es interesante al disminuir el número de lotes producidos al año. Por lo tanto, ello disminuirá la ganancia anual por kg de carne producida. Una entrega demasiado anticipada tampoco resulta aconsejable ya que también genera penalizaciones, principalmente en términos de bajo peso de la canal.

Tabla 2. Bonificación y penalización de €/kg de canal es una función de peso y porcentaje de magro. La base considera un 81% del peso de la canal sobre peso vivo

peso	Bono	**S**	**E**	**U**	**R**	**O**	**P**
(kg)	(€)	0,12	0,07	0,00	-0,07	-0,12	-0,3
50	-0,60	-0,48	-0,53	-0,6	-0,67	-0,72	-0,90
60	-0,40	-0,28	-0,33	-0,4	-0,47	-0,52	-0,70
65	-0,23	-0,11	-0,16	-0,23	-0,30	-0,35	-0,53
67,5	-0,13	-0,01	-0,06	-0,13	-0,20	-0,25	-0,43
70	-0,05	0,07	0,02	-0,05	-0,12	-0,17	-0,35
72,5	-0,04	0,08	0,03	-0,04	-0,11	-0,16	-0,34
75	0,00	0,12	0,07	0,00	-0,07	-0,12	-0,30
80	-0,05	0,07	0,02	-0,05	-0,12	-0,17	-0,35
85	-0,10	0,02	-0,03	-0,10	-0,17	-0,22	-0,40
97,5	-0,02	0,10	0,05	-0,02	-0,09	-0,14	-0,32
102,5	-0,05	0,07	0,02	-0,05	-0,12	-0,17	-0,35
107,5	-0,11	0,01	-0,04	-0,11	-0,18	-0,23	-0,41

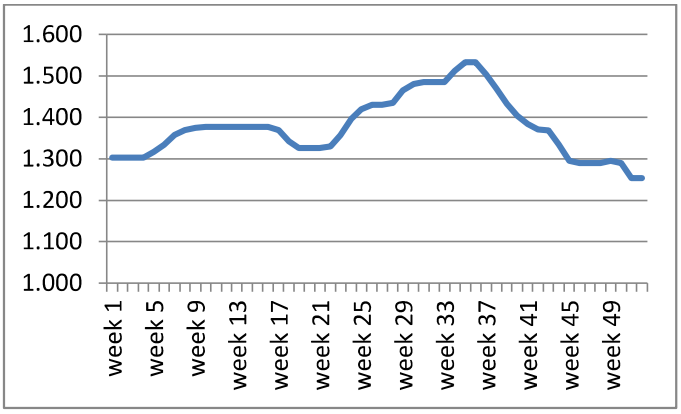
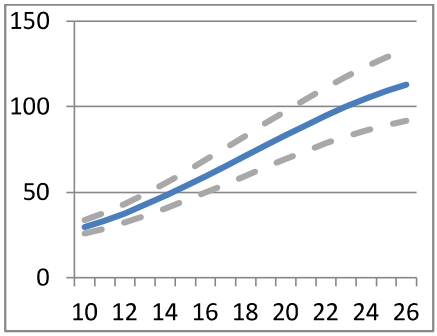
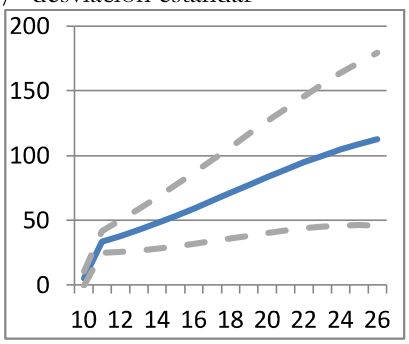


Figura 1. Precio (€/ kg) para cerdos en 2013 publicado en Mercolleida, el mercado de subasta de cerdo principal en España (DARP, 2014)

Un defecto del proceso es que no existen medidas objetivas del peso individual de los animales; el peso del cerdo se valora visualmente antes de tomar una decisión [16,17]. Sólo después del sacrificio, el matadero proporciona los valores individuales (por ejemplo, peso, peso de la canal, composición magra y grasa); sin embargo la correlación entre variables relevantes como peso vivo, peso de la canal y magro es muy alto y útil para estimar el porcentaje de magro de cerdo [3]. En general, los cerdos se envían durante un período de pocas semanas (ventana temporal de comercialización) usando camiones con una capacidad máxima de 240 cerdos (Cct) y un costo por viaje de 475 € (Ct). En este contexto, el modelo de crecimiento de los cerdos es esencial para este problema. Para ello se siguió el modelo propuesto por Castro [3] y derivados de datos experimentales [6] con controles individuales para cerdos híbridos seleccionados para producción de carne. Para otras razas se debería calibrar la curva de crecimiento correspondiente y poder ser utilizado este modelo. Teniendo en cuenta las curvas de crecimiento específicas y la ingesta total se puede calcular el costo de la alimentación y el consumo de pienso. Se consideró un costo unitario de la alimentación de 0.28 €/kg de alimento para calcular el costo total de alimentación de un cerdo vendido la semana t $\overline{(t}$ (Cf)). Las distribuciones en el tiempo para el peso vivo y para el consumo acumulado se muestran en la figura 2.



2a) Peso vivo medio y +/- desviación estándar



2b) Consumo medio y +/- desviación estándar

Figura 2. Peso vivo medio (2a) y consumo de alimento acumulado (2b) con el tiempo, válido para el rango de 10 a 26 semanas de vida del cerdo, según [3]

La capacidad de carga de los camiones tiene que respetar la normativa europea respecto al espacio mínimo por animal según el peso vivo y la distancia. La práctica común es llenar un camión cuando hay suficientes cerdos disponibles. Normalmente, suelen ser entre 200 a 240 cerdos cebados de alrededor de 100 kilogramos.

RESULTADOS

Se resolvió el modelo propuesto con los parámetros presentados en la sección anterior. Se obtuvo resultados razonables bajo el punto de vista práctico, como se muestra en la tabla 3. El ingreso máximo fue de 23744 € o € 23,74 cerdo o 0,224 €/kg de peso vivo vendido. Este resultado fue un 54% más en comparación con la entrega de todos los cerdos la última semana de la ventana de comercialización (15,47 €/ cerdo). De acuerdo con lo que fue modelado, los cerdos enviados al matadero siempre eran los más pesados de la granja. El total de viajes al matadero fueron 5 del que fácilmente se deduce el número de camiones necesarios. Por otro lado, la ventana temporal se inició en la semana 22 y se cerró en la semana 25. Por lo tanto, la duración óptima de la fase de engorde fue de 16 semanas como máximo (de la semana # 9 al #25) más una semana adicional para la limpieza y secado.

Tabla 3. Envío de los cerdos (Xit) cuando las variables binarias h y d se incluyen en el modelo

(*i*,*t*+9)	22	24	25
1	0	0	200
2	0	0	200
3	0	0	200
4	0	100	100
5	100	100	0

Se obtuvo otros resultados complementarios analizando el comportamiento del modelo en situaciones extremas. Por ejemplo, la solución óptima del problema cuando el coste del transporte fue muy alto fue el mismo que se muestra en la tabla 3. Esta situación significa que el modelo proporciona ya el máximo de ingresos de los cerdos cebados a pesar de que se incremente el costo total. Sin embargo, se observó un cambio cuando se redujo el costo unitario de transporte ampliando el número de envíos desde la semana 22 a la semana 25 la ventana óptima comercialización. En todos los casos el peso vivo promedio de los cerdos enviados al matadero era de aproximadamente 100 kg, lo que es una práctica habitual en España.

Como el matadero prefiere cerdos cebados de tamaño uniforme, establece el correspondiente sistema que penaliza las canales con pesos y composición magra fuera de un rango deseado con el fin de motivar a los agricultores a entregar cerdos en lotes homogéneos [2,11] de comercialización. Así, un análisis adicional fue realizado para observar el impacto de la reducción en la variabilidad en el peso vivo. Se aplicó una fuerte reducción a la desviación estándar del peso vivo en cada categoría de crecimiento. En este caso, se observó que la entrega de cerdos al matadero enviaba todos ellos la última semana. En ese caso la consideración de las diferentes categorías de cerdos no tendría sentido y todos los lotes son tratados como una unidad. En este sentido, la ganancia óptima y el peso promedio de los animales enviados al matadero fue mayor como distribución del peso, era más concentrada alrededor de la media. Un resultado similar se obtuvo cuando la bonificación/penalización no fueron consideradas en las ventas de cerdo. La política óptima en ese caso era vender todos los cerdos en la semana 26 con un peso promedio similar (112 kg) y una ganancia por lote de 29,53 € por cerdo. Además, si no se considera ninguna parrilla de bonificaciones, la solución óptima del modelo indica la tendencia de entregar cerdos más gordos y más tarde.

Los resultados presentados anteriormente corresponden a un periodo de 17 semanas. Como no hubo cerdos enviados la última semana, se esperaría obtener el mismo resultado si se limitara este período a 16 semanas como así fue. Sin embargo, podría cuestionarse si sería mejor un período más corto de 16. Para responder a esta pregunta, instancias diferentes, variando el valor de T se calcularon obteniendo los resultados que se muestran en la tabla 4. Además, como el modelo había calculado

solamente los ingresos por lote, se añadieron los valores resultantes por día. El granjero tiene la intención de mantener producción de cerdos, no sólo para un lote, sino durante un largo periodo de tiempo, por lo que el beneficio máximo por día es un criterio más adecuado para optimizar las políticas de envío al matadero. Así, se observa el ingreso máximo por lote cuando T≥16, pero si sumamos el tiempo necesario para la limpieza y desinfección (una semana más) entonces, el ingreso máximo por día corresponde a una T = 15, que representa un 1% de mejora. Sin embargo, hay un 6% de mejora al pasar de un T = 17 a una T = 16.

Tabla 4. Ingresos máximo por lote y por día, dependiendo de la duración del periodo engorde (T) más una semana adicional para la limpieza

T	Beneficio (€)	
(semanas)	Por lote	Por dia
17	23744	188,44
16	23744	199,53
15	22558	201,41
14	20756	197,68

La solución propuesta por el modelo se puede llevar a la práctica. La selección visual de cerdos cebados es factible en la práctica cuando los cerdos más pesados son los primeros en ser enviados al matadero (Pla *et al*, 2013). Por el contrario, seleccionar cerdos de una categoría no adyacente a otra como otros autores proponen (Khamhan et al., 2013) sería difícil sin las medidas individuales de peso.

La ventana óptima de comercialización de cuatro semanas está de acuerdo con recomendaciones prácticas de la mayoría de las empresas en España. Sin embargo, en comparación con otros resultados de la literatura, la longitud de esa ventana diferencia probablemente debido a la diferente función objetivo, modelo de crecimiento y la red de pago [16]. Por ejemplo, [11] utilizaron probabilidades de transición para representar el crecimiento de los animales, mientras que en este trabajo se propone un modelo de crecimiento y su discretización para una mejor estimación de la distribución del peso en el tiempo y tomar decisiones más precisas en consecuencia. A pesar de todo, las diferencias no son muy grandes.

La solución óptima cuando el bono no era considerado indica la tendencia a entregar los cerdos más gordos y más (resultado no mostrado). Este resultado está de acuerdo con [2] y [11] quienes argumentaron que las parrillas de precios provocan cambios en las políticas de marketing. Una situación similar se ha observado cuando la variabilidad en la distribución de peso es reducida [16]. Mayor variabilidad en el peso vivo provoca una mayor ventana de comercialización [2], mientras que si no hay variabilidad permitiría al granjero entregar todos los animales a la vez (la ventana de tiempo más pequeña).

Resultados diferentes fueron obtenidos por [16], aunque con un enfoque similar. Estas diferencias se explican en parte por el conjunto de parámetros y parrilla de

precios. Es conocido y asumido que el modelo propuesto incurre en errores al no disponer de medidas individuales que permitan la toma de decisiones de forma individual. Sin embargo, si esto fuera posible, se podría determinar la entrega óptima de los cerdos a matadero con ganancias adicionales. Esto ha sido confirmado por varios trabajos en la literatura teniendo en cuenta las medidas individuales de peso vivo y consumo [8,9]. Medidas individuales permitirían al granjero medir con más precisión los gastos de alimentación y el beneficio esperado por cerdo de forma individual, tomando eventualmente una decisión más informada. Sin embargo, la viabilidad de estas soluciones dependerá de los medios prácticos disponibles para seleccionar y mantener separados estos cerdos en el momento de la venta.

CONCLUSIONES

La porcinocultura moderna está cambiando y las granjas porcinas son cada vez más especializadas. Además, si bien está aumentando el tamaño de las instalaciones está disminuyendo el número de granjas. Las granjas porcinas han tendido a integrarse y coordinar sus operaciones en empresas integradas verticalmente. Esta integración y coordinación afecta la toma de decisiones en cada unidad productiva, en particular en las granjas de engorde. El enfoque del modelo de crecimiento discreto presentado asume categorías cada vez más flexibles basadas en una partición variable del rebaño. El momento óptimo de envío de los cerdos de engorde al matadero depende de distintas variables que se deben calibrar para cada explotación pero, en general, se debe considerar: las bonificaciones aplicadas por los mataderos, la homogeneidad de pesos del lote y el coste del transporte. Los resultados presentados confirman los resultados preliminares encontrados en la literatura en beneficio de la implementación de una parrilla de precio para premiar cualidades de las canales. La reducción en la variabilidad en la entrada del proceso permite reducir la ventana de comercialización de cerdos y aumentar la eficiencia del proceso. También se demuestra cómo una ventana de tiempo de cinco semanas basta para vaciar la granja y prepararla para el siguiente lote de animales. El resultado óptimo por lote no se corresponde con el resultado óptimo por día. Esto último implicaría reducir una semana en la ventana de tiempo y el incremento del 5% en los ingresos diarios o anuales. En resumen, nuestra distribución confirma los hallazgos de estudios anteriores y prevé la importancia de las tendencias futuras basadas en medidas individuales para evitar ineficiencias relacionadas con la gestión de animales agrupados.

RECONOCIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero de los proyectos MTM2009-14087-C04-01 y TRA2013-48180-C3-P

REFERENCIAS

[1] Backus, G., & Dijkhuizen, A. A. 2002. Kernkamp lecture: The future of the European pork chain. Allen D. Leman Swine Conference, Minnesota, USA, 8-11.

[2] Boland, M. A., Preckel, P. V., & Schinckel, A. P. 1993. Optimal hog slaughter weights under alternative pricing systems. Journal of Agriculture and Applied Economics, 25(2), 148-163.
[3] Castro, R. 2001. Optimització del process d'engreixament porcí. Un enfocament operatiu. Ph.D. dissertation. Department of Industrial Engineering, University of Girona, Spain. http://www.tdx.cat/handle/10803/7710 Last access April 20th, 2013.
[4] Christopher, M. 1998. Logistics and supply chain management. Strategies for Reducing Cost and Improving Service. Prentice Hall. London.
[5] Faostat. 2013. Statistics of livestock primary in the section of Production. Downloadable from the webpage http://faostat.fao.org/site/573/default.aspx#ancor. Last access February 23th, 2013.
[6] Fernández J., Emma Fàbrega, Joaquim Soler, Joan Tibau, José Luis Ruiz, Xavier Puigvert, Xavier Manteca. 2011. Feeding strategy in group-housed growing pigs of four different breeds. Applied Animal Behaviour Science, 134 (3-4), 109-120.
[7] Khamjan, S., Piewthongngam, K., Pathumnakul, S. 2013. Pig procurement plan considering pig growth and size distribution, Computers & Industrial Engineering, 64 (4), 886-889.
[8] Kristensen, A.R., Nielsen, L., Hielsen, M. S. 2012. Optimal slaughter pig marketing with emphasis on information from on-line live weight assessment. Livestock Science, 145, 95-108.
[9] Kure, H. 1997. Marketing Management support in slaughter pig production. Ph.D. dissertation. Department of Animal Science and Animal Health, The Royal Veterinary and Agricultural University, Copenhagen.
[10] Min, H., & Zhou, G. 2002. Supply Chain modelling: past, present and future. Computers & Industrial Engineering, 43, 231-249.
[11] Ohlmann, J. W., & Jones, P. C. 2011. *An integer programming model for optimal pork marketing*. Annals of Operations Research, 190 (1), 271-287.
[12] Ouden, M., Dijkhuizen, A. A., Huirne, R. B. M., & Zuurbier, P. J. P. 1996. Vertical Cooperation in Agricultural Production Marketing Chains, with special Reference to Product Differentiation in Pork. Agribusiness, 12, 277-290.
[13] Perez, C., de Castro, R., and Font i Furnols, M. 2009. The pork industry: a supply chain perspective. British Food Journal, 111(3), 257-274.
[14] Perez, C., de Castro, R., Simons, D. and Gimenez, G. 2010. Development of lean supply chains: A case study of the Catalan pork sector. Supply Chain Management, 11:271-280
[15] Plà, L. M. 2007. Review of Mathematical Models for Sow Herd Management. Livestock Science, 106, 107-119.
[16] Plà-Aragonés L.M.; Rodriguez-Sanchez, S. and Rebillas-Loredo, V. 2013. A mixed integer linear programming model for optimal delivery of fattened pigs to the abattoir. Journal of Applications in Operations Research. 5: 164-175
[17] Rodriguez, S. V. 2010. Models under uncertainty to support sow herd management in the context of the Pork Supply Chain Supply. Ph.D. Dissertation.

Department of Mathematics. University of Lleida, Spain. http://www.tesisenred.net/handle/10803/8253 Last access April 20th, 2013.
[18] Rodriguez, S.V.; L.M. Plà and J. Faulin. 2013. New opportunities of in operations research to improve pork supply chain efficiency. Submitted to Annals of Operations Research.
[19] Taylor, D. H. 2006. Strategic consideration in the development of lean agri-food supply chains: a case study of the UK pork sector. Supply Chain Management: An International Journal, 11(3), 271-280.
[20] Trienekens, J., Petersen, B., Wognum, N., & Brinkmann, D. 2009. European pork chains. Diversity and Quality Challenges in Consumer-oriented Production and Distribution. Wageningen Academic Publishers. ISBN 978-90-8686-103-3.
[21] Whittemore, C. T., & Kyriazakis, I. 2006. Whittemore's Science and Practice of Pig Production. Blackwell's publishing. London.

Correspondencia

Lluís Miquel Plà Aragonés

lmpla@matematica.udl.cat